



ESCUELA
CIMPA-UNESCO-VENEZUELA
2006

FAMILIAS ORTOGONALES
Y SEMIGRUPOS EN
ANÁLISIS Y
PROBABILIDADES



**CRONOGRAMA DE
ACTIVIDADES**

**PLAN DE TRABAJO Y CRONOGRAMA DE CURSOS
ESCUELA CIMPA-VENEZUELA-UNESCO
FAMILIAS ORTOGONALES Y SEMIGRUPOS EN
ANÁLISIS Y PROBABILIDADES, 2006**

Durante la realización de la Escuela, los participantes asistirán a seis cursos magistrales distribuidos en bloques de tres por semana, según el cronograma adjunto. El objeto de tal distribución es que el participante pueda aprovechar al máximo la información recibida en cada uno de los cursos. Adicionalmente, podrán asistir a conferencias plenarias, seminarios en donde distintos investigadores nacionales e internacionales mostrarán diversos aspectos analíticos y probabilísticos de la Teoría de Semigrupos, aplicaciones recientes y diversas conexiones de la Teoría de Semigrupos con otras ramas de la Matemática.

CURSOS MAGISTRALES

Nombre del curso	Investigador a cargo
Semigroups of Operators and Control Theory	D. Bárcenas, Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela
Random Matrices and Orthogonal Polynomials	J. Faraut, Université d'Angers, Francia.
Lie Algebras, Probability Semigroups and representations	P. Feinsilver, Southern Illinois University, Carbondale-USA
Stochastic Aspects of Semigroups: Processes of Ornstein-Uhlenbeck and of Laguerre	P. Graczyk, Université d'Angers, Francia.
Hermite and Laguerre Semigroups: Recent Developments	S. Thangavelu, Indian Statistical Institute Bangalore, India
Classical Semigroups and Functional Inequalities	W. Urbina, Universidad Central de Venezuela, Caracas-Venezuela. University of New Mexico, New Mexico-USA

CRONOGRAMA

SEMANA 1					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
8:00-9:30 am	J. Faraut	D. Bárcenas	P. Graczyk	D. Bárcenas	P. Graczyk
10:30-12:00m	W. Urbina	W. Urbina	W. Urbina	W. Urbina	S. Thangavelu
2:00-3:30pm	P. Graczyk	Plenaria I Roberto Quezada	D. Bárcenas	Plenaria II Laura De Carli	Plenaria III José R. León
<i>Coffee Break</i>					
4:00-5:30pm	Acto Instalación Conf. Inaugural José Giménez	Comunicaciones Cortas Cristina Balderrama Martha Guzmán P. Alfredo Ríos	J. Faraut	Comunicaciones Cortas Linda Saal Yamilet Quintana Ines Pacharoni	
6:00pm	Brindis de Bienvenida				
SEMANA 2					
Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
8:00-9:30 am	P. Graczyk	J. Faraut	P. Feinsilver	S. Thangavelu	P. Feinsilver
10:30-12:00m	P. Feinsilver	P. Feinsilver	D. Bárcenas	P. Feinsilver	S. Thangavelu
2:00-3:30pm	S. Thangavelu	S. Thangavelu	J. Faraut	J. Faraut	Plenaria VI Hugo Leiva
<i>Coffee Break</i>					
4:00-5:30pm	Plenaria IV M. D. Morán		Plenaria V C. A. Di Prisco	Comunicaciones Cortas Iris López Walter Carballosa	Acto de Clausura
6:00pm					Brindis de Despedida

CONFERENCIAS PLENARIAS

NACIONALES	INTERNACIONALES
<p>1. Hugo Leiva, ULA-UNELLEZ. Titulo de la charla: Ecuaciones parabólicas funcionales: semigrupo fuertemente continuo y controlabilidad aproximada.</p> <p>2. Carlos Di Prisco, IVIC-UCV. Titulo de la charla: Topological semigroups and Ramsey methods in Analysis</p> <p>3. José Giménez, ULA. Titulo de la charla: Subnormal semigroups of composition operators.</p> <p>4. M. D. Morán, UCV-USB. Titulo de la charla: Dilataciones unitarias de una representación contractiva en un espacio de Hilbert del semigrupo N^2 y el teorema del levantamiento del conmutante.</p> <p>5. José R. León, UCV Titulo de la charla: Fórmulas de área y coárea: aplicaciones a la dinámica de los puntos especulares de superficies aleatorias.</p>	<p>1. Roberto Quezada. Universidad Autónoma Metropolitana, México. Titulo de la charla: Quantum Markov semigroups: some recent developments.</p> <p>2. Laura De Carli, Florida International University, USA. Titulo de la charla: On the $L^p - L^q$ norm of the Hankel transform and the other related operators.</p>

<p>CONFERENCIA INAUGURAL:</p> <p><i>SEMIGRUPOS SUBNORMALES DE OPERADORES DE COMPOSICION.</i></p> <p><i>SUBNORMAL SEMIGROUPS OF COMPOSITION OPERATORS.</i></p> <hr/> <p>José Giménez Universidad de Los Andes, Venezuela</p> <p>RESUMEN</p> <p>Describiremos un modelo para semigrupos subnormales de operadores de composición (con símbolo fraccional lineal) que actúan en el espacio de Hardy H^2. También hablaremos sobre la ciclicidad de tales semigrupos en el contexto de resultados más generales estudiados por J. Shapiro y P. S. Bourdon.</p> <p>(We describe a model for subnormal semigroups of composition operators (with linear fractional symbol) acting on the Hardy space H^2. We also discuss cyclicity of such semigroups in the context of more general results studied by J. H. Shapiro and P. S. Bourdon.)</p>	<p>P1: QUANTUM MARKOV SEMIGROUPS: SOME RECENT DEVELOPMENTS.</p> <hr/> <p>Roberto Quezada Batalla Universidad Autónoma Metropolitana, México</p> <p>RESUMEN</p> <p>The notion of quantum Markov semigroup (QMS) is the natural generalization of a classical Markov semigroup. It was introduced in quantum physics to describe the decay to equilibrium of a quantum open system. We shall review some recent developments in the mathematical theory of QMS, with emphasis in the existence of equilibrium states, the convergence to the equilibrium and the estimation of the speed of convergence.</p>	<p>P2: ON THE $L^p - L^q$ NORM OF THE HANKEL TRANSFORM AND THE OTHER RELATED OPERATORS.</p> <hr/> <p>Laura De Carli Florida International University, USA.</p> <p>RESUMEN</p> <p>We show that the operator</p> $L_{\nu, \mu}^\alpha f(y) = y^\mu \int_0^\infty (xy)^\nu f(x) J_\alpha(xy) dx, \quad f \in C_0^\infty(0, +\infty)$ <p>is bounded from $L^p(0, +\infty)$ to $L^q(0, +\infty)$ when $1 < p \leq 2 \leq p' \leq q < \infty$, and α, ν and μ satisfy the necessary and sufficient conditions $\mu = \frac{1}{p'} - \frac{1}{q}$ and $-\alpha - \frac{1}{p'} < \nu \leq \frac{1}{2}$, and we compute the operator norm of $L_{\nu, \mu}^\alpha$ for certain values of these parameters. In particular, we evaluate the operator norms of the Hankel transform.</p>
---	---	--

***P3: FORMULAS DE AREA Y COAREA:
APLICACIONES A LA DINAMICA DE
LOS PUNTOS ESPECULARES DE
SUPERFICIES ALEATORIAS.***

José R. León
Universidad Central de Venezuela, Venezuela

RESUMEN

Las fórmulas de área y de coárea son los substitutos convenientes a la fórmula del cambio de variable, cuando las funciones involucradas no son biyectivas. Estas fórmulas establecen una relación entre la integral del número de raíces de una función o la longitud del conjunto de nivel y su jacobiano.

Múltiples aplicaciones han tenido estas celebradas relaciones. En la charla luego de introducir su demostración, glosando los teoremas de Federer quizás con un enfoque más moderno, nos concentraremos en el uso de ellas para encontrar fórmulas tipo Rice. A continuación daremos un vistazo a las posibles aplicaciones en Oceanografía y en Física: Longitud de crestas de las olas en un mar gaussiano, Número de puntos especulares de una superficie aleatoria y su dinámica, líneas de sombra en ondas isotrópicas.

***P4: DILATACIONES UNITARIAS DE
UNA REPRESENTACIÓN CONTRAC-
TIVA EN UN ESPACIO DE HILBERT
DEL SEMIGRUPO N^2 Y EL TEOREMA
DEL LEVANTAMIENTO DEL
CONMUTANTE.***

M. D. Morán
Universidad Central de Venezuela.
Universidad Simón Bolívar, Venezuela

RESUMEN

Dados H espacio de Hilbert y T una contracción actuando en H , la existencia de una dilatación unitaria de T se puede interpretar como toda representación contractiva del semigrupo de los naturales en un espacio de Hilbert H , es la compresión de una representación unitaria del grupo de los enteros en otro espacio de Hilbert G , que contiene a H como subespacio cerrado.

En este trabajo veremos que el resultado anterior se puede generalizar para representaciones contractivas en un espacio de Hilbert del semigrupo N^2 y describiremos una subfamilia de las dilataciones. Las herramientas que utilizaremos son el teorema de levantamiento del conmutante y el modelo de Arov-Grossman.

Por último, discutiremos las posibilidades de obtener un teorema de levantamiento del conmutante biparamétrico, a fin de extender los resultados obtenidos a N^3 .

- [1] Foias, C. and Frazho, A.E., The Commutant Lifting Approach to Interpolation Problems, Operator Theory: Advances and Applications **44**, Birkhauser, 1990.
[2] Morán, M.D., *On intertwining dilations*, J. Math. Anal. Appl. **141** (1989), No. 1, 219-234, MR·90e: 47003.
[3] Sz.-Nagy, B. and Foias, C., Harmonic Analysis of Operators on Hilbert Spaces, North-Holland, Amsterdam, 1970.

***P5: TOPOLOGICAL SEMIGROUPS AND
RAMSEY METHODS IN ANALYSIS.***

C. A. Di Prisco
Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Universidad Central de Venezuela, Venezuela

RESUMEN

The methods of Ramsey theory have gained ever increasing importance in mathematical analysis, being particularly successful in the study of the geometry of Banach spaces. Some of the most emblematic theorems of Ramsey theory used in this area can be proved using basic aspects of the theory of topological semigroups. We will present an example which illustrates the connections between these three areas of mathematics.

***P2: ECUACIONES PARABOLICAS
FUNCIONALES: SEMIGRUPO
FUERTEMENTE CONTINUO Y
CONTROLABILIDAD APROXIMADA.***

Hugo Leiva
Universidad de Los Andes, Venezuela.
Universidad Nacional Experimental de Los Llanos
Occidentales Ezequiel Zamora, Venezuela

RESUMEN

En este trabajo se estudia un sistema de ecuaciones parabólicas con retardo y se usa la teoría de semigrupos fuertemente continuos para hallar una fórmula de variación de parámetros, que luego usaremos para estudiar la controlabilidad aproximada de este sistema. Finalmente, estas ideas pueden extenderse a sistemas de reacción difusión más generales en espacios de Hilbert.

COMUNICACIONES CORTAS

NACIONALES	INTERNACIONALES
<p>1. Cristina Balderrama, UCV. Titulo de la charla: Una fórmula para polinomios con argumento matricial.</p> <p>2. Alfredo Ríos, USB. Titulo de la charla: An analogue of the martingale convergence theorem for some wavelet series.</p> <p>3. Yamilet Quintana, USB. Titulo de la charla: Controllability of Laguerre and Jacobi Equations.</p> <p>4. Iris López, USB. Titulo de la charla: Algunos resultados sobre derivación fraccionaria para semigrupos de Hermite y Laguerre. Aplicaciones.</p>	<p>1. Martha Guzmán Partida, Universidad de Sonora, México. Titulo de la charla: N-harmonic extensions of weighted integrable distributions.</p> <p>2. Linda Saal, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. Titulo de la charla: A spherical transform on Schwartz functions on the Heisenberg group associated to the action of $U(p,q)$.</p> <p>3. Ines Pacharoni, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina Titulo de la charla: Matrix Valued orthogonal and group representation.</p> <p>4. Walter Carballosa Torres, Universidad de las Ciencias Informáticas, Cuba Titulo de la charla: Polinomios Multiortogonales de Hermite.</p>

***CC1: UNA FÓRMULA PARA
POLINOMIOS CON ARGUMENTO
MATRICIAL.***

Cirstina Balderrama
Universidad Central de Venezuela, Venezuela

RESUMEN

Los polinomios generalizados de argumento matricial y definidos sobre conos simétricos de Hermite y Laguerre han sido estudiados con anterioridad por Herz [2] y Faraut y Koranyi [1]. Los polinomios con entradas matriciales son casos especiales de los operadores de Dunkl (cf. [6]) y de los polinomios ortogonales simétricos asociados a los polinomios de Jack, estudiados por Lassalle en [3], [4] y [5].

En este trabajo construimos y estudiamos bases ortogonales de polinomios generalizados en el espacio de las matrices Hermitianas H_n asociados a una medida μ en \mathbb{R} . Para esto definimos una familia de polinomios ortogonales en el espacio de las funciones simétricas en n variables, a partir de una familia de polinomios ortogonales en \mathbb{R} con respecto a la medida μ , y usando una biyección entre el espacio de las funciones simétricas en \mathbb{R}^n y el espacio de las funciones centrales en H_n se definen los polinomios con entradas matriciales Hermitianas.

También investigamos normalizaciones de estos polinomios y las calculamos explícitamente para los casos clásicos de los polinomios de Hermite, Laguerre y Jacobi, trabajados anteriormente por M. Lassalle. Además estudiamos desarrollos en polinomios ortogonales con entradas matriciales Hermitianas de

algunas funciones centrales en H_n , dando una fórmula para los coeficientes.

- [1] Faraut, J. Korányi, A. Analysis on symmetric cones. Clarendon Press, Oxford 1994.
- [2] Herz, C. Bessel functions of matrix argument. Ann. of Math., 61, 474-523 (1955).
- [3] Lassalle, M. Polynômes de Hermite généralisés. C.R. Acad. Sci. Paris, t. Séries I 313, 579-582 (1991).
- [4] Lassalle, M. Polynômes de Jacobi généralisés. C.R. Acad. Sci. Paris, t. Séries I 312, 425-428 (1991).
- [5] Lassalle, M. Polynômes de Laguerre généralisés. C.R. Acad. Sci. Paris, t. Séries I 313, 725-728 (1991).
- [6] Rösler M. Generalized Hermite polynomials and the heat equation for Dunkl operators, Comm.Math.Phys. 192, 519-542 (1998).

***CC2: N-HARMONIC EXTENSIONS OF
WEIGHTED INTEGRABLE
DISTRIBUTIONS.***

Martha Guzmán Partida
Universidad de Sonora, México

RESUMEN

We obtain n -harmonic extensions to the cartesian product of n copies of the upper half-plane, of an appropriated class of weighted integrable distributions which is optimal for S' -convolution with a natural product domain version of the Poisson kernel.

***CC3: AN ANALOGUE OF THE
MARTINGALE CONVERGENCE
THEOREM FOR SOME WAVELET
SERIES.***

Alfredo Ríos
Universidad Simón Bolívar, Venezuela

RESUMEN

There are connections between the theory of martingales in probability theory and the behavior of wavelet series. In this talk, we will show that an analogue of the Martingale Convergence Theorem holds for some wavelet series. We will use this result to give a partial answer to what Olevskii calls the Representation Problem in the Broad Sense in the context of wavelets.

***CC4: A SPHERICAL TRANSFORM ON
SCHWARTZ FUNCTIONS ON THE
HEISENBERG GROUP ASSOCIATED TO
THE ACTION OF $U(p,q)$.***

Linda Saal
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

RESUMEN

Let $S(H_n)$ be the space of Schwartz functions on the Heisenberg group H_n . We define a spherical transform on H_n associated to the action (by automorphisms) of $U(p,q)$ on H_n , $p+q=n$. We determine its kernel and image and obtain an inversion formula analogous to the Godement-Plancherel formula.

CC5: CONTROLLABILITY OF THE LAGUERRE AND JACOBI EQUATIONS.

Yamilet Quintana
Universidad Simón Bolívar, Venezuela

RESUMEN

We will study the controllability of the controllability of the controlled Laguerre equation and the controlled Jacobi equation. For each case, we will find conditions which guarantee when such systems are approximately controllable on the interval $[0, t_1]$. Moreover we will show that these systems can never be exactly controllable.

CC6: MATRIX VALUED ORTHOGONAL AND GROUP REPRESENTATION.

Ines Pacharoni
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina

RESUMEN

The representation theory of $SU(n+1)$ and the geometry of the complex projective space $P_n(C)=SU(n+1)/U(n)$ is used to produced examples of matrix valued orthogonal polynomials of Jacobi type which are eigenfunctions of a matrix valued hypergeometric differential operator. Given an arbitrary positive definite weight matrix $W=W(t)$ one can consider the corresponding matrix valued orthogonal polynomials.

These polynomials will be eigenfunctions of some symmetric second order differential operator D only for very special choices of W . Starting from the theory of spherical functions of any type associated to the pair $(SU(n+1),U(n))$ we obtain new families of such pairs $\{W,D\}$.

A sequence of orthogonal polynomials associated to this pair are conjugated to functions closely related to the radial part of spherical functions of $SU(n+1)$ of arbitrary type and can be express explicitly in terms of matrix valued hypergeometric functions.

CC7: ALGUNOS RESULTADOS SOBRE DERIVACIÓN FRACCIONARIA PARA SEMIGRUPOS DE HERMITE Y LAGUERRE. APLICACIONES.

Iris López
Universidad Simón Bolívar, Venezuela

RESUMEN

Una definición de la derivada fraccionaria para semigrupos de Laguerre y Hermite será presentada. Aplicaciones en la caracterización de espacios de funciones (espacios de potenciales, espacios de Sobolev y generalizaciones) serán mencionadas así como sus relaciones con otros tópicos tales como Teoría de Littlewood Paley.

CC8: POLINOMIOS MULTIORTOGONALES DE HERMITE.

Walter Carballosa Torres
Universidad de las Ciencias Informáticas, Cuba

RESUMEN

El trabajo tiene como objetivo obtener y conjeturar algunas propiedades algebraicas de los polinomios multiortogonales de Hermite de tipo I, con el fin de a través de su estudio y resultados obtener extensiones de las propiedades de los polinomios ortogonales ordinarios a los multiortogonales, así como descubrir algo más sobre el mundo de la aproximación simultánea. Para ello se mostrarán e implementarán algunas funciones y procedimientos en el software Matemática que en su génesis ayudaron al cumplimiento de los objetivo del trabajo. Para una mejor comprensión se realizará una actualización sobre los temas de la teoría de aproximación racional que pasará por el camino de los polinomios ortogonales y sus propiedades, hasta llegar a la aproximación racional simultánea y los polinomios multiortogonales clásicos de tipo I y tipo II.