

UN MODELO DE SIMULACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE QUESOS MADURADOS¹

Márquez, Renny²
Ramírez, Vicente³

Recibido: 16-07-2008 Revisado: 27-04-2009 Aceptado: 30-04-2009

RESUMEN

Este trabajo presenta un modelo de simulación del proceso de producción de quesos madurados en la Productora Lácteos Santa Rosa (localizada en la ciudad de Mérida, Venezuela), utilizando la metodología de Dinámica de Sistemas. Se estudió el proceso a través de la observación directa y de la documentación disponible y con ello se construyó un modelo que fue probado y validado con datos reales. Los resultados de los escenarios evaluados mostraron que existe dependencia del camino, que una política de sustitución de producción podría ser conveniente, al tiempo que la Productora tiene capacidad instalada no utilizada aprovechable. Estos resultados podrían servir de soporte en la toma de decisiones de la Productora.

Palabras clave: modelado, simulación, producción de quesos, dinámica de sistemas, Mérida, Venezuela

ABSTRACT

This paper presents a simulation model of a matured cheese production process at the dairy plant called «Productora Lácteos Santa Rosa» (located in Merida city, Venezuela), by using the Systems Dynamics methodology. The process was studied through direct observation and the available documentation, from which the model was built, tested and validated with real data. The results of the scenarios evaluated showed that there is path dependence, that a production substitution policy could be advantageous and that the plant has unused production capacity installed that could be utilized. These results could also serve as support for the firm's decision-making process.

Key Words: modeling, simulation, cheese production, system dynamics, Merida, Venezuela

1 Los autores agradecen al personal de la Productora de Alimentos Universitaria (P.A.U.) Lácteos Santa Rosa (localizada en Mérida, Venezuela), por su valiosa colaboración en la realización de esta investigación; en especial, a los ingenieros Ramón Darío Pérez Gil y José Gonzalo Barrios. Asimismo, agradecen los comentarios y sugerencias realizadas por los árbitros.

2 Ingeniero de Sistemas (*Cum Laude*, Universidad de Los Andes, Venezuela). Profesor Instructor de la Escuela de Sistemas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes. **Dirección Postal:** Universidad de Los Andes. Núcleo La Hechicera. Facultad de Ingeniería. Escuela de Sistemas. Mérida 5101, Venezuela. **Teléfono:** +58-0274-2403165; **e-mail:** marquezrenny@ula.ve

3 Ingeniero de Sistemas (*Cum Laude*, Universidad de Los Andes, Venezuela); M. Sc. en Economía (London School of Economics, Reino Unido); Ph. D. en Economía (Universidad de Lugano, Suiza). Profesor Asociado de la Escuela de Sistemas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes; Miembro Asociado del Centro de Simulación y Modelos, CESIMO-ULA. **Dirección Postal:** Universidad de Los Andes. Núcleo La Hechicera. Facultad de Ingeniería. Escuela de Sistemas. Mérida 5101, Venezuela. **Teléfono:** +58-0274-2402989; **e-mail:** vicente@ula.ve

RÉSUMÉ

Ce travail présente un modèle de simulation, basé sur la méthode de la Dynamique des Systèmes, d'un processus de production de fromage mûri chez la *Productora Lácteos Santa Rosa* (une entreprise laitière localisée au Merida, Venezuela). La description du système réel a été obtenue par l'observation directe et à travers la documentation disponible. A partir de cette description, on obtient un modèle qui a été testé et validé avec de données réelles. On constate, sur l'évaluation de plusieurs scénarios, d'abord, une dépendance du chemin parcouru, le modèle suggère une politique de substitution de la production, ainsi qu'il montre un rendement effectif inférieur à la capacité installée existante. Ces résultats peuvent être utilisés pour la prise de décisions liées à la production de fromages mûris de la *Productora Lácteos Santa Rosa*.

Mots-clé : modélisation, simulation, fabrication de fromages, dynamique des systèmes, Merida, Venezuela

1. INTRODUCCIÓN

Entender los procesos productivos a partir de experiencias concretas -es decir, empresas en funcionamiento- expresando en modelos sencillos tanto la estructura como la dinámica que dichos procesos implican, por una parte puede identificar elementos que apoyen la toma de decisiones para quienes dirigen estas empresas; pero, también, comprensión para quienes desde fuera las observan y estudian. Con esa motivación en mente, en este artículo se presenta el resultado de un ejercicio de modelado y simulación de un proceso productivo, como lo es la fabricación de quesos madurados, que desde hace tiempo viene realizando la Productora de Alimentos Universitaria (P.A.U.) Lácteos Santa Rosa⁴. La investigación tuvo como objetivo explorar la aplicabilidad de la metodología de Dinámica de Sistemas (Forrester, 1961; Sterman, 1980; Aracil, 1995; Sterman, 2000; García, 2003), en los procesos de toma de decisiones a través del desarrollo de un modelo de simulación (Zeigler, 1984) de la producción de quesos madurados, útil para la Productora, a través de la experimentación con escenarios.

En la literatura existen varios estudios y trabajos (véase, por ejemplo, Fiddaman, 2006) en los cuales se han desarrollado aplicaciones utilizando Dinámica de Sistemas, referentes a las interacciones que surgen en las empresas a nivel de sus trabajadores, recursos, procesos productivos y captación de consumidores. Forrester (1961) muestra la dinámica e interrelación de un sistema de ventas, de distribución y de fabricación de productos, a un nivel agregado, relacionado con la dinámica industrial. Meadows (1970) muestra la dinámica de los ciclos de producción de bienes, tanto en un modelo genérico como en uno aplicado a la cría y venta de cerdos. Mass (1975) describe la dinámica de los ciclos económicos a partir del estudio de bienes, consumo, capital, mano de obra y expectativas de precio. Sterman (1980) plantea la utiliza-

ción de funciones de producción a partir del estudio de capital, mano de obra, materia prima y expectativas de precio y, Sterman (2000), discute sobre las cadenas de suministro que intervienen dentro del proceso productivo, tanto a nivel de la manufactura como a nivel laboral. Estas referencias forman la base conceptual sobre la cual se llevó a cabo esta investigación.

En lo que sigue se describe el proceso productivo que lleva a cabo la Productora, que en la metodología de Dinámica de Sistemas se conoce como el sistema real (ver, por ejemplo, Sterman, 2000; Forrester, 1961). A partir de dicha descripción -en parte- se construye el modelo de simulación que, básicamente, contempla los aspectos relacionados con la compra de la leche, su transformación en quesos madurados y su comercialización. Igualmente se hace referencia a la estimación de los parámetros necesarios para dicho modelo. Posteriormente se discuten los resultados de la simulación base para luego dar paso a la discusión de algunos escenarios probados a partir del modelo obtenido. Por último, se presentan algunas conclusiones.

2. SISTEMA REAL: PROCESO DE PRODUCCIÓN DE QUESOS MADURADOS EN LA PRODUCTORA

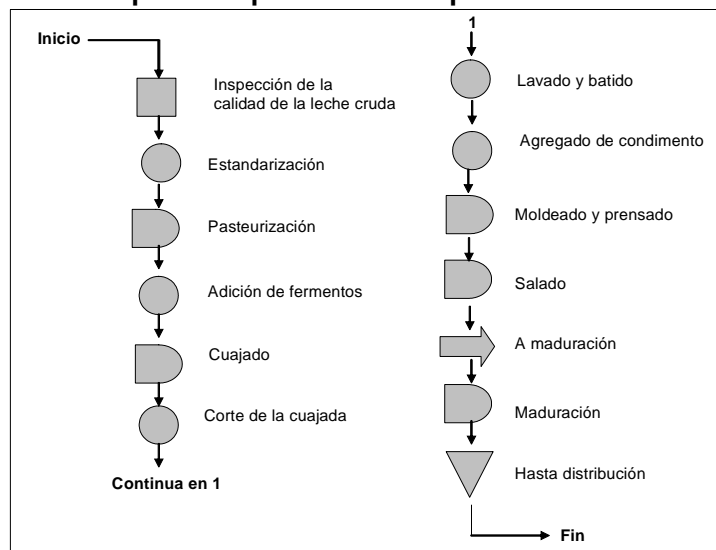
De lunes a viernes (con la excepción de los días feriados) se lleva a cabo la producción de queso, en donde la cantidad de leche puede variar entre un día y otro, pero el promedio de procesamiento diario es de 400 litros, que es el equivalente a un proceso de producción. La máxima capacidad de procesamiento de leche en un día es de 1.200 litros, de acuerdo con los equipos que posee la Productora. Sin embargo, al llevar a cabo más de dos procesos productivos, es necesario pagar horas extra a los operadores de producción. Luego de adquirir la leche se lleva a cabo su control de calidad. Posteriormente se inicia la producción de queso.

Las etapas requeridas para la elaboración de quesos madurados se muestran en la Figura N° 1. Una característica particular de los quesos madurados es la dureza de su

4 Que en lo sucesivo se denominará «la Productora».

pasta, la cual define el rendimiento de la leche⁵, el tiempo de salado del queso y su tiempo de maduración. El Cuadro N° 1 muestra algunas de las 14 variedades de quesos madurados tomados en cuenta en este estudio, junto con sus características, presentación, dureza de pasta y rendimiento de la leche.

Figura 1
Etapas de la producción de queso madurado



Fuente: elaboración propia, con base en el Manual de Aseguramiento de la calidad (Productora, 2002) y siguiendo la simbología para diagrama de flujo del proceso de producción según Baca (2001).

Cuadro 1

Algunas de las variedades de quesos madurados que produce la P.A.U. Lácteos Santa Rosa				
Variiedad	Características	Presentación	Dureza de la pasta	Rendimiento (litros/kg)
Andino	Sabor suave, textura suave, muy elástico	1 kg; redondo	Pasta blanda	12
Santa Rosa	Textura semi-suave, de color amarillo tenue, sabor poco picante	1 kg; redondo	Pasta blanda	13
Merideño	Textura suave, ligeramente amarillo, sabor aromático	1,5 kg; redondo	Pasta semidura	12
Ajo Comino Cebolla	Textura semi-suave, ligeramente amarillo, sabor a ajo, comino o cebolla	2 kg; redondo	Pasta semidura	12
Pimienta Hierbas	Textura semi-suave, ligeramente amarillo, sabor picante	1 kg, 2 kg, 5 kg; redondo	Pasta semidura	12
Gruyere	Textura firme, sabor picante con agujeros, color amarillo	Variable	Pasta dura	14,5
Parmesano	Textura firme, duro, sabor aromático picante, amarillo intenso	1,5 kg; redondo	Pasta dura	15,5

Fuente: Productora (2006a); elaboración propia.

2.1. ESTANDARIZACIÓN

Se carga en la marmita la cantidad de leche necesaria para la producción, se le coloca el agitador, se tapa y se procede a calentar con vapor. Consiste en ajustar la composición de la leche en cuanto a la proporción de grasa que posee. Para ello, se descrema una cantidad de leche que luego es devuelta a la marmita. Esta cantidad es determinada por la regla de mezcla⁶, que varía según el tipo de queso a producir y oscila entre los 80 litros y 100 litros.

2.2. PASTEURIZACIÓN

La leche se calienta hasta 65 °C, temperatura a la cual se mantiene durante 35 minutos. Posteriormente se deja abierta la marmita para que se enfríe.

2.3. ADICIÓN DE FERMENTOS

Se extrae la espuma de la parte superior de la leche que está siendo procesada en la marmita y al alcanzar la temperatura adecuada se agregan los fermentos termófilos y, de esta manera, se da inicio al proceso de premaduración del queso. Posteriormente se agregan los fermentos mesófilos, encargados de dar el sabor, color, aroma y acidez al queso.

2.4. CUAJADO

El cuajo y el cloruro de calcio se agregan a 37 °C cualquiera sea la dureza de la pasta, exceptuando la pasta dura, que se agrega a 33 °C. Se agita la mezcla y luego se deja destapada la marmita y se remueve el agitador. Según la dureza de la pasta, el tiempo de floculación⁷ varía entre 15 y 30 minutos y el tiempo de coagulación⁸ varía entre 30 y 50 minutos.

2.5. CORTE DE LA CUAJADA

Luego de finalizado el proceso de coagulación, se detiene por completo el calentamiento y se realiza el corte de la mezcla agitando con la lira⁹ por un tiempo aproximado de ocho minutos. Posteriormente se toma una nueva muestra para el análisis de la calidad del queso que se está produciendo. El tamaño del grano obtenido para la pasta blanda es como el de una haba, para la pasta semidura es como el del grano de maíz y para la pasta dura es como el de uno de arroz.

2.6. LAVADO Y BATIDO

Consiste en realizar un batido a la mezcla, que puede variar de 10 a 25 minutos (dependiendo de la dureza de la

5 Cantidad de leche necesaria para obtener un kilogramo de queso.
6 Método para estandarizar la leche.

7 Primera etapa de la coagulación. Inicio de la formación de la cuajada.

8 Etapa en la cual se completa la constitución de la cuajada.

9 Instrumento compuesto de alambres que sirve para realizar cortes finos a la cuajada.

pasta), extraer un porcentaje de suero (desuerado) y sustituirlo por agua a una temperatura entre 35 °C y 42 °C y, en la mayor parte de los casos, realizar un nuevo batido y un nuevo desuerado. Al agregar el agua también se incorpora la sal.

2.7. AGREGADO DE CONDIMENTO

Los quesos a los cuales se le agrega un condimento son el queso con hierbas, el queso con comino, el queso con pimienta, el queso con cebolla y el queso con ajo.

2.8. MOLDEADO Y PRENSADO

Se coloca liencillo en determinados moldes, dependiendo del tipo de queso. Los moldes pueden tener forma de copa, cilíndrico pequeño (10 cm x 20 cm), cilíndrico mediano (15 cm x 15 cm ó 20 cm x 15 cm), cilíndrico grande (40 cm x 12 cm), cuadrado o rectangular; todos ellos tienen pequeños orificios para el colado del suero. Dentro de los moldes se vierte el queso para que tome su forma, con un determinado peso sobre el mismo o llevándolo a la prensa¹⁰ y se deja escurrir por primera vez durante cierto tiempo. Luego, se le da la vuelta varias veces al queso para que vaya adquiriendo su dureza característica en forma uniforme. Dependiendo de la dureza de la pasta y de la variedad de queso, las características del moldeado y prensado pueden variar como se muestra a continuación.

- Para los quesos de pasta blanda se emplea un molde cilíndrico mediano para unidades entre 1 y 2 kg. Su tiempo de escurrido es de 10 minutos. No llevan prensado y su volteo se da a intervalos de 10, 15, 30, 60 y 120 minutos.

- Para los quesos de pasta semidura se emplea un molde cilíndrico mediano para unidades de 1,5 kg. Su tiempo de escurrido es de 10 minutos. Para su prensado se coloca un peso de 3 kg y su volteo se da a intervalos de 10, 15, 30, 60 y 120 minutos.

- Para los quesos de pasta dura se emplea un molde cilíndrico grande para unidades de 10 kg. No tienen escurrido porque ya se les ha extraído todo el suero. Tienen un prensado inicial de 10 kg por 15 minutos en la prensadora y su volteo se da a intervalos de 10, 15, 30, 60 y 120 minutos.

2.9. SALADO

El salado de los quesos de pasta blanda se realiza en salmuera¹¹ durante 3 horas por cada lado. Los quesos de pasta semidura se colocan en salmuera durante 6 horas por

cada lado. Los quesos de pasta dura requieren un salado en salmuera durante 2 días por cada lado. La capacidad de la cava de salmuera es de aproximadamente 1.000 litros de salmuera. La relación entre la cantidad de salmuera y la cantidad de queso en la cava es de 150 litros de salmuera por cada 30 kg de queso. El tiempo de escurrido para los quesos que se colocan en salmuera es de medio día.

2.10. MADURACIÓN

Se lleva a cabo en la gruta bacteriana. La capacidad máxima de la gruta es de 1.000 kg entre todos los quesos en maduración. Durante este proceso el queso se limpia y se voltea cada cierto tiempo con la finalidad de evitar la presencia de hongos dañinos. Una consecuencia, inherente a la maduración, es la reducción en el peso del queso que está siendo madurado.

El tiempo de maduración y las condiciones a la cual se somete el queso varían según la dureza de la pasta como se muestra a continuación:

- Los quesos de pasta blanda requieren una maduración entre 15 y 30 días a una temperatura entre 18 °C y 20 °C y una humedad entre 85% y 90%. Su corteza es de color amarillo suave.

- Los quesos de pasta semidura requieren una maduración entre 1 y 2 meses a una temperatura entre 18 °C y 20 °C y una humedad entre 85% y 90%. Su corteza es de color amarillo ocre.

- Los quesos de pasta dura requieren una maduración entre 3 y 4 meses para los quesos gruyere y pecorino y entre 6 meses y 1 año para el queso parmesano, a una temperatura entre 18 °C y 20 °C y una humedad entre 85% y 90%. Su corteza es de color amarillo fuerte.

2.11. DISTRIBUCIÓN

El queso producido es llevado al cuarto de refrigeración de la sala de ventas cuando finaliza el tiempo de maduración establecido según su variedad. La capacidad de la cava de ventas es de aproximadamente 1.000 kg de queso para los quesos madurados.

El inicio de la producción del queso madurado se lleva a cabo diariamente, exceptuando los fines de semana y días feriados. Sin embargo, el salado para los quesos de pasta dura y la maduración para todos los tipos de queso, siguen su curso durante todos los días del año, ya que cuando se encuentran en salmuera o en la gruta bacteriana durante los fines de semana y días feriados, no requieren de la intervención del personal que lo elabora. Las ventas se llevan a cabo de lunes a viernes, exceptuando los días feriados. Además, se realizan donaciones y promoción de productos a través de diversos medios publicitarios.

¹⁰ Aparato que sirve para hacer presión sobre quesos moldeados.

¹¹ Mezcla de agua y sal con la cual se da una transferencia de sal hacia el queso y una expulsión de suero por parte del queso, lo que fortalece la corteza de los mismos.

3. MODELO DE SIMULACIÓN

El modelo de simulación de la producción de quesos madurados refleja sus etapas fundamentales, que van desde la adquisición de leche hasta la venta de quesos madurados (Márquez, 2007). El modelo fue elaborado utilizando la herramienta de simulación *Vensim PLE* (Ventana, 2006).

Los parámetros se consideran constantes e iguales al promedio observado en los datos reales. En lo que sigue se muestra cada una de las partes que componen el modelo, así como también las ecuaciones que definen sus políticas. Para ello, cada constante se representa en mayúsculas, cada nivel con la primera letra en mayúscula, al tiempo que los flujos y las variables auxiliares se representan en minúsculas.

3.1. ESTRUCTURA DEL MODELO

La estructura del modelo se visualiza en dos partes: 1) adquisición de leche y 2) transformación de leche en quesos madurados y comercialización.

3.1.1. ADQUISICIÓN DE LECHE

La Figura N° 2 muestra la estructura del modelo para la adquisición de leche, cuya función principal es calcular la cantidad de leche que se debe comprar diariamente para satisfacer las necesidades de producción de quesos madurados. En el modelo sólo se toma en cuenta la utilización de la leche como la materia prima, por ser el ingrediente fundamental en la elaboración de los quesos, suponiéndose que los demás insumos están dados.

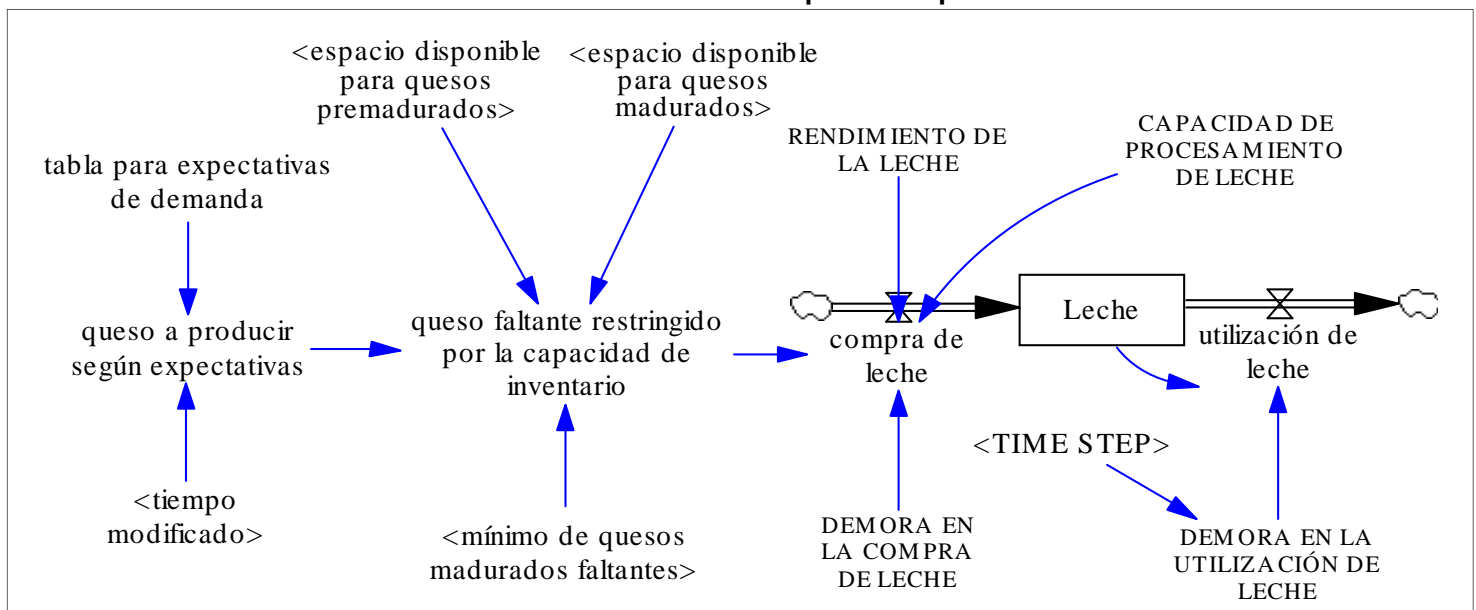
Esta estructura está compuesta por un nivel, definido por la variable *Leche*, la cual se incrementa a través de del flujo compra de leche y disminuye con el flujo utilización de leche. En Dinámica de Sistemas se usan las dobles líneas con una llave para representar estos flujos, llamados flujos de materiales. Las nubes indican que tanto las fuentes como los sumideros son infinitos en capacidad y están fuera de los límites del modelo, es decir, por ejemplo, la cantidad de leche que requiera el modelo estará siempre disponible. Cada nivel en el modelo corresponde a una integral desde el punto de vista matemático. La ecuación (1) define el cálculo de la *Leche*, con un VALOR INICIAL de 0 (cero) litros.

$$Leche = INTEG (compra de leche - utilización de leche, VALOR INICIAL = 0) \quad (1)$$

Las flechas sencillas indican flujos de información y representan la influencia que ejerce una variable o una constante sobre otra variable. Por ejemplo, para el cálculo de la variable queso a producir según expectativas, se observan dos flechas entrantes: tabla para expectativas de demanda y tiempo modificado. La primera es una función predefinida que relaciona el tiempo modificado, variable independiente, con el queso a producir según expectativas, tal como lo indica la ecuación (2).

$$queso a producir según expectativas = tabla para expectativas de demanda (tiempo modificado) \quad (2)$$

Figura 2
P.A.U. Lácteos Santa Rosa: estructura para la adquisición de leche



Fuente: elaboración propia.

Algunas variables auxiliares, como el tiempo modificado, aparecen delimitadas por corchetes angulares, lo cual indica al lector que dichas variables se han definido en otra vista del modelo (

Figura 3).

Las ecuaciones (3) y (4) definen los dos flujos (de entrada y salida) para el cálculo de la Leche. La compra de leche es calculada como el mínimo entre dos cantidades: la primera corresponde a la capacidad de procesamiento de leche, pues no es posible superarla por razones de capacidad instalada; la segunda corresponde a la cantidad de leche necesaria para producir lo deseado, que depende del rendimiento de la leche y de la demora para adquirirla. Esto es lo que en esencia muestra la ecuación (3).

$$\text{compra de leche} = \text{MÍNIMO} (\text{CAPACIDAD DE PROCESAMIENTO DE LECHE}, \text{queso faltante restringido por la capacidad de inventario} \times \text{RENDIMIENTO DE LA LECHE} / \text{DEMORA EN LA COMPRA DE LECHE}) \quad (3)$$

La utilización de leche, calculada con la ecuación (4), no es más que la usual forma de expresar las demoras de

primer orden. La leche transformada en queso (ecuación (6) para el cálculo de la variable producción), sale como tal del sistema.

$$\text{utilización de leche} = \text{Leche} / \text{DEMORA EN LA UTILIZACIÓN DE LECHE} \quad (4)$$

El queso faltante restringido por la capacidad de inventario busca satisfacer la demanda esperada y el mínimo de quesos madurados deseados, sujeto a las restricciones de capacidad de almacén de quesos.

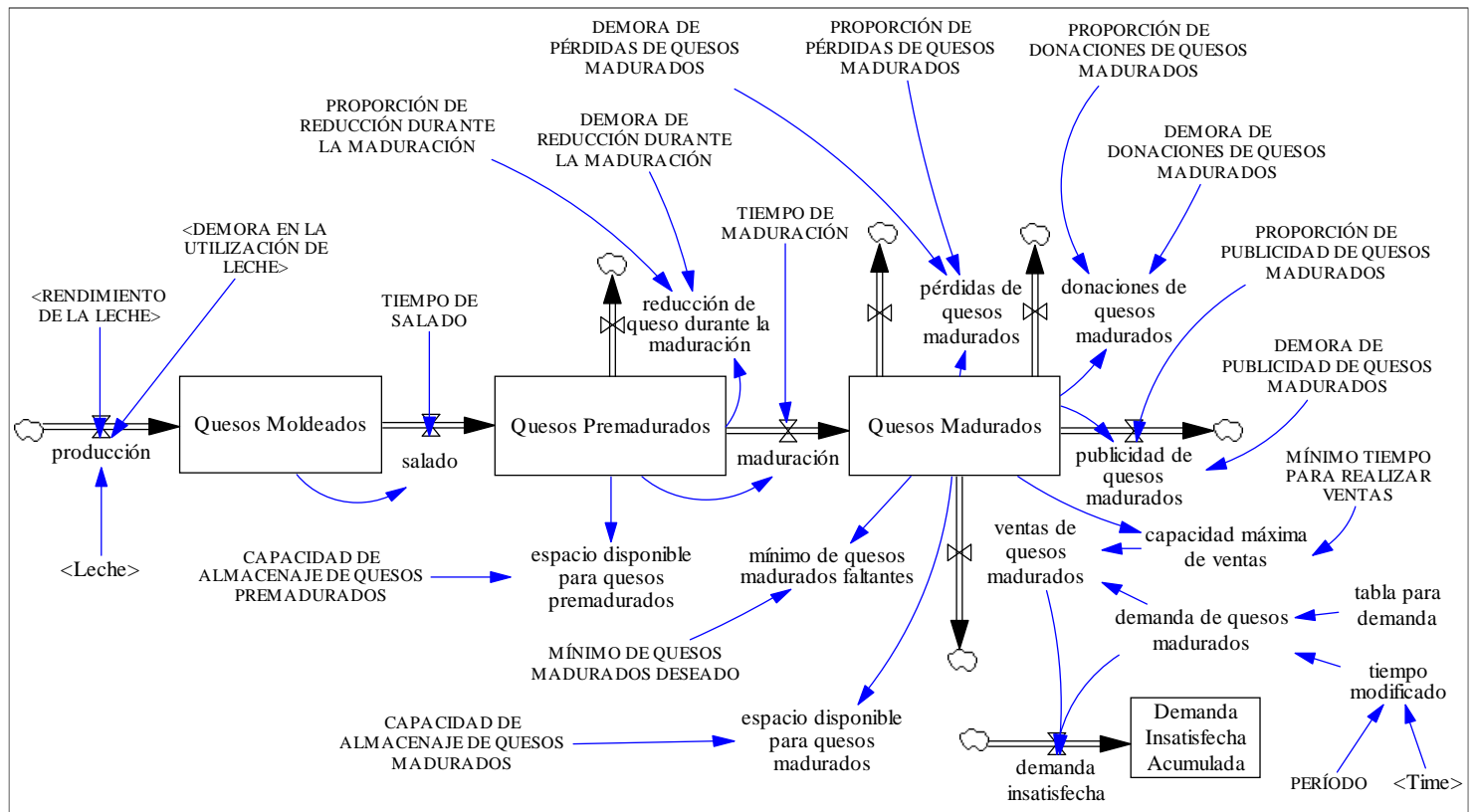
$$\text{queso faltante restringido por la capacidad de inventario} = \text{MÍNIMO} (\text{MÍNIMO} (\text{espacio disponible para quesos madurados}, \text{espacio disponible para quesos premadurados}), (\text{mínimo de quesos madurados faltantes} + \text{queso a producir según expectativas})) \quad (5)$$

3.1.2. TRANSFORMACIÓN DE LECHE EN QUESOS MADURADOS Y COMERCIALIZACIÓN

La Figura N° 3 muestra la estructura del modelo que corresponde a la transformación de leche en quesos madurados y su comercialización.

Figura 3

P.A.U. Lácteos Santa Rosa: estructura para la transformación de leche en quesos madurados y su comercialización



Fuente: elaboración propia.

Las ecuaciones (6) a la (24) definen la estructura para la transformación de leche en quesos madurados y su comercialización. Por razones de espacio, no es posible detallar todas las ecuaciones. El lector puede seguir los lineamientos generales indicados en la sección 3.1.1.

$$\text{producción} = (\text{Leche} / \text{RENDIMIENTO DE LA LECHE}) / \text{DEMORA EN LA UTILIZACIÓN DE LECHE} \quad (6)$$

$$\text{Quesos Moldeados} = \text{INTEG} (+ \text{producción} - \text{salado}, \text{QUESOS MOLDEADOS INICIAL}) \quad (7)$$

$$\text{salado} = \text{Quesos Moldeados} / \text{TIEMPO DE SALADO} \quad (8)$$

$$\text{Quesos Premadurados} = \text{INTEG} (+ \text{salado} - \text{maduración} - \text{reducción de queso durante la maduración}, \text{QUESOS PREMADURADOS INICIAL}) \quad (9)$$

$$\text{reducción de queso durante la maduración} = \text{Quesos Premadurados} \times \text{PROPORCIÓN DE REDUCCIÓN DURANTE LA MADURACIÓN} / \text{DEMORA DE REDUCCIÓN DURANTE LA MADURACIÓN} \quad (10)$$

$$\text{maduración} = \text{Quesos Premadurados} / \text{TIEMPO DE MADURACIÓN} \quad (11)$$

$$\text{Quesos Madurados} = \text{INTEG} (+ \text{maduración} - \text{donaciones de quesos madurados} - \text{pérdidas de quesos madurados} - \text{ventas de quesos madurados} - \text{publicidad de quesos madurados}, \text{QUESOS MADURADOS INICIAL}) \quad (12)$$

$$\text{pérdidas de quesos madurados} = \text{Quesos Madurados} \times \text{PROPORCIÓN DE PÉRDIDAS DE QUESOS MADURADOS} / \text{DEMORA DE PÉRDIDAS DE QUESOS MADURADOS} \quad (13)$$

$$\text{donaciones de quesos madurados} = \text{Quesos Madurados} \times \text{PROPORCIÓN DE DONACIONES DE QUESOS MADURADOS} / \text{DEMORA DE DONACIONES DE QUESOS MADURADOS} \quad (14)$$

$$\text{publicidad de quesos madurados} = \text{Quesos Madurados} \times \text{PROPORCIÓN DE PUBLICIDAD DE QUESOS MADURADOS} / \text{DEMORA DE PUBLICIDAD DE QUESOS MADURADOS} \quad (15)$$

$$\text{ventas de quesos madurados} = \text{MÍNIMO} (\text{demanda de quesos madurados}, \text{capacidad máxima de ventas}) \quad (16)$$

$$\text{demanda de quesos madurados} = \text{tabla para demanda (tiempo modificado)} \quad (18)$$

$$\text{tiempo modificado} = \text{MÓDULO} (\text{tiempo}, \text{PERÍODO}) \quad (19)$$

$$\text{demanda insatisfecha} = \text{demanda de quesos madurados} - \text{ventas de quesos madurados} \quad (20)$$

$$\text{Demanda Insatisfecha Acumulada} = \text{INTEG} (\text{demanda insatisfecha}, \text{VALOR INICIAL} = 0) \quad (21)$$

$$\text{espacio disponible para quesos premadurados} = \text{MÁXIMO} (\text{CAPACIDAD DE ALMACENAJE DE QUESOS PREMADURADOS} - \text{Quesos Premadurados}, 0) \quad (22)$$

$$\text{espacio disponible para quesos madurados} = \text{MÁXIMO} (\text{CAPACIDAD DE ALMACENAJE DE QUESOS MADURADOS} - \text{Quesos Madurados}, 0) \quad (23)$$

$$\text{mínimo de quesos madurados faltantes} = \text{MÁXIMO} (\text{MÍNIMO DE QUESOS MADURADOS DESEADO} - \text{Quesos Madurados}, 0) \quad (24)$$

El Cuadro N° 2 muestra los parámetros del modelo. Las estimaciones se llevaron a cabo utilizando los registros de la Productora para el año 2006, los cuales se muestran en el Cuadro N° 3.

Como se señaló anteriormente, la adquisición de leche, el inicio de la producción y las ventas se llevan a cabo diariamente, exceptuando los fines de semana y días feriados; por su parte, el salado y la maduración transcurren durante todos los días del año. Por esta razón, en el período correspondiente a un año dentro del modelo, no se incluyen los fines de semana ni los días feriados, correspondiendo en este caso el año a 252 días (y un mes corresponde a 21 días). A manera de ejemplo, la estimación del tiempo de salado varía según el tipo de queso a producir. Para cuatro días, se ajustaría de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$TSA_i = \frac{TS_i \times 252}{365}$$

Donde:

TSA_i : tiempo de salado ajustado para el queso del tipo i
 TS_i : tiempo de salado mayor que uno para el queso del tipo i
 i : 1,2,...,14

Cuadro 2

Parámetros del modelo		
Nombre del parámetro	Valor	Unidades
Rendimiento de la leche	12,6	litros/kg
Capacidad de procesamiento de leche	400	litros/día
Demora en la compra de leche	1	día
Demora en la utilización de leche	DT	día
Quesos moldeados inicial	8	kg
Tiempo de salado	1,2	día
Quesos premadurados inicial	291	kg
Proporción de reducción durante la maduración	0,16	sin unidad
Demora de reducción durante la maduración	21	día
Tiempo de maduración	24,8	día
Quesos madurados inicial	399	kg
Proporción de pérdidas de quesos madurados	0,06	sin unidad
Demora de pérdidas de quesos madurados	21	día
Proporción de donaciones de quesos madurados	0,01	sin unidad
Demora de donaciones de quesos madurados	21	día
Proporción de publicidad de quesos madurados	0,02	sin unidad
Demora de publicidad de quesos madurados	21	día
Capacidad de almacenaje de quesos premadurados	1000	kg
Capacidad de almacenaje de quesos madurados	1000	kg
Mínimo de quesos madurados deseado	250	kg
Mínimo tiempo para realizar ventas	1	día

Fuente: elaboración y cálculos propios, con base en entrevistas con el personal de la Productora.

Cuando el tiempo de salado es de un día no es necesario realizar ajuste. El valor obtenido es un tiempo ajustado de 2,8 días para los quesos cuyo tiempo de salado es mayor que uno. El promedio de días de salado para los quesos madurados es:

$$TS = \frac{\sum_{j=1}^{252} TSA_j}{252}$$

Donde:

TS: tiempo de salado promedio

TSA_j: tiempo de salado ajustado para el queso producido en el día *j*

El *TIEMPO DE SALADO* obtenido es un promedio de 1,2 días de salado para el modelo.

En el modelo se supone la demanda similar a las ventas de quesos madurados del año 2006, por ello, la tabla para demanda que se muestra en el Gráfico N° 1(a) se construye a partir de los valores que se presentan en el Cuadro N° 3. La tabla para expectativas de demanda mostrada en el Gráfico N° 1(b) representa los pronósticos de la Productora sobre la demanda, cuyo tiempo de anticipación, usado en el modelo, es equivalente a un ciclo de producción (*TIEMPO DE SALADO + TIEMPO DE MADURACIÓN*), 26 días para la simulación base.

Cuadro 3

P.A.U. Lácteos Santa Rosa: datos mensuales del año 2006									
	Ventas (kg/mes)	Entrada a Gruta Bacteriana	Donaciones (kg/mes)	Publicidad (kg/mes)	Pérdidas por deterioro (kg/mes)	Pérdidas por maduración	Entrada a Cava Venta (kg/mes)	Inventario de Gruta Bacteriana (kg)	Inventario en Cava Venta (kg)
Enero	173	178	0,7	0	70	0	186	283	341
Febrero	163	373	5,7	0,5	8	69	104	483	268
Marzo	305	212	2,3	0	20	24	438	232	378
Abril	337	322	0,5	12	13	29	214	311	230
Mayo	235	365	0,6	3	12	54	249	373	228
Junio	240	411	12	3	6,6	101	247	436	214
Julio	385	429	0	31	22	62	427	377	202
Agosto	277	444	2,1	1,8	10	77	295	449	205
Septiembre	275	560	0,2	0,6	19	61	703	245	613
Octubre	299	329	0	0	31	21	260	294	543
Noviembre	292	305	0	0	0	51	74	473	324
Diciembre	477	152	23	15	12	95	461	69	259
Promedio	288	340	3,9	5,6	18,6	53,7	305	332	323

Fuente: elaboración propia, a partir de la base de datos de la Productora (2006b).

4. SIMULACIÓN BASE

Debido a que algunos de los datos provistos por la Productora son mensuales, los gráficos de los datos reales se construyeron a partir de los valores mensuales para el período comprendido entre el 02/01/2006 y el 31/12/2006.

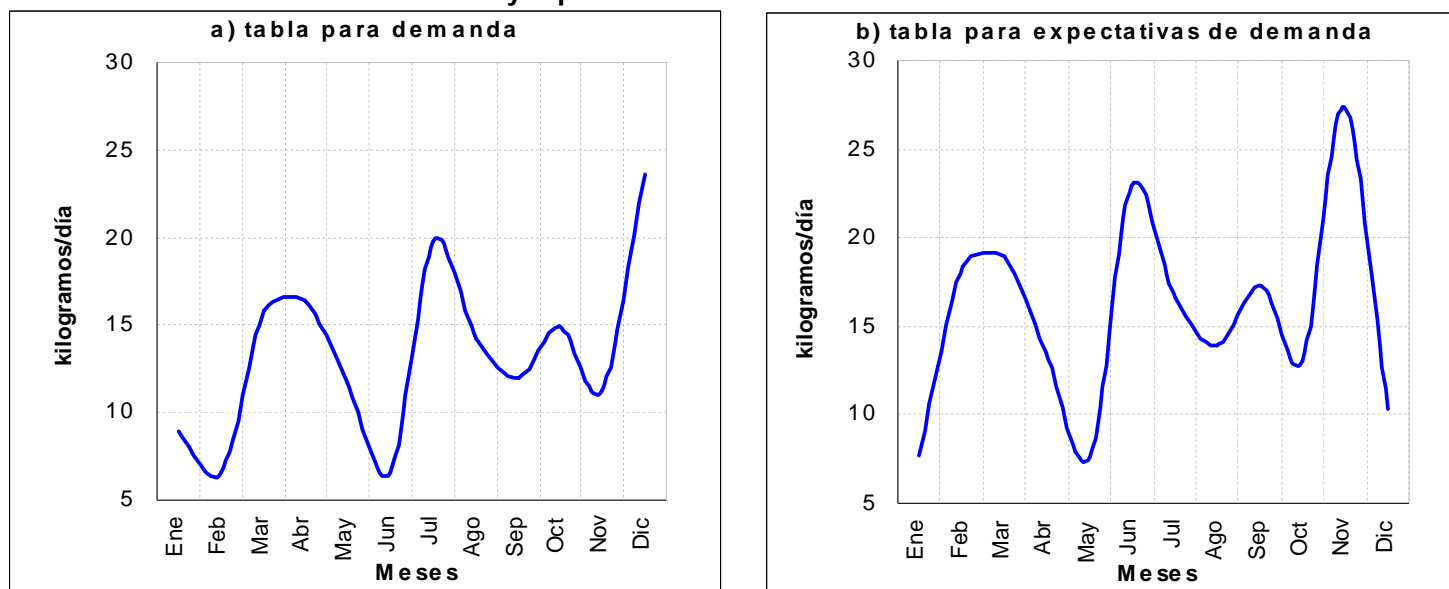
La unidad de tiempo utilizada en el modelo es el día. La simulación base se realizó para un año. Se empleó el método de integración Runge-Kutta. Para comparar los datos reales y los resultados obtenidos con la simulación base se construyeron gráficos con valores acumulados mensuales, a partir de los resultados mostrados por las simulaciones.

4.1. LECHE

El Gráfico N° 2(a) muestra la tendencia de los datos reales en la utilización de leche para la producción de quesos madurados mensualmente. En el año 2006 la cantidad de leche utilizada va desde 1.785 litros en el mes de diciembre hasta 6.711 litros en el mes de septiembre, teniendo un promedio de 4.255 litros/mes.

El Gráfico N° 2(b) muestra la tendencia de los resultados del modelo en la utilización de leche para la producción de quesos madurados mensualmente. La cantidad de leche utilizada mensualmente en el modelo varía entre 2.757 litros en el mes de enero y 6.523 litros en el mes de agosto, obteniendo un valor promedio de 4.529 litros/mes.

Gráfico 1
Demanda y expectativas de demanda usadas en el modelo



Fuente: elaboración propia

Los resultados generados por el modelo mostraron un valor promedio 6,7% mayor al de los datos reales. La serie de los resultados del modelo sigue una tendencia similar a la observada en la serie correspondiente a los datos reales, exceptuando los últimos tres meses. Esta diferencia se debe a que el inventario de quesos madurados en el modelo decae por debajo de la cantidad mínima deseada al final del año y, por ello, genera una respuesta de producción alta.

4.2. QUESOS PREMADURADOS

El Gráfico N° 3(a) muestra la tendencia de los datos reales en quesos premadurados en existencia. En el año 2006 la cantidad de quesos premadurados en inventario varió desde 69 kg en el mes de diciembre, hasta 483 kg en el mes de febrero, teniendo un promedio de 335 kg. Puede observarse una fuerte caída en el inventario al final del año.

El Gráfico N° 3(b) muestra la tendencia de los resultados del modelo en la variable quesos premadurados. Ésta varía desde 239 kg al finalizar el mes de enero, hasta 481 kg la penúltima semana del mes de agosto, obteniendo un valor promedio de 346 kg.

Los resultados generados por el modelo mostraron un valor promedio 3,1% mayor al de los datos reales. La serie de los resultados del modelo sigue una tendencia similar a la observada en la serie correspondiente a los datos reales, pero se distancia en el último mes por las mismas razones expuestas para la leche.

4.3. QUESOS MADURADOS

El Gráfico N° 4(a) muestra la tendencia de los datos reales en quesos madurados. En el año 2006 la cantidad de quesos madurados varió desde 202 kg al finalizar el mes de febrero hasta 613 kg al finalizar el mes de septiembre, con un promedio de 317 kg. Puede observarse un crecimiento pronunciado de agosto a septiembre y luego una fuerte caída hasta finalizar el año.

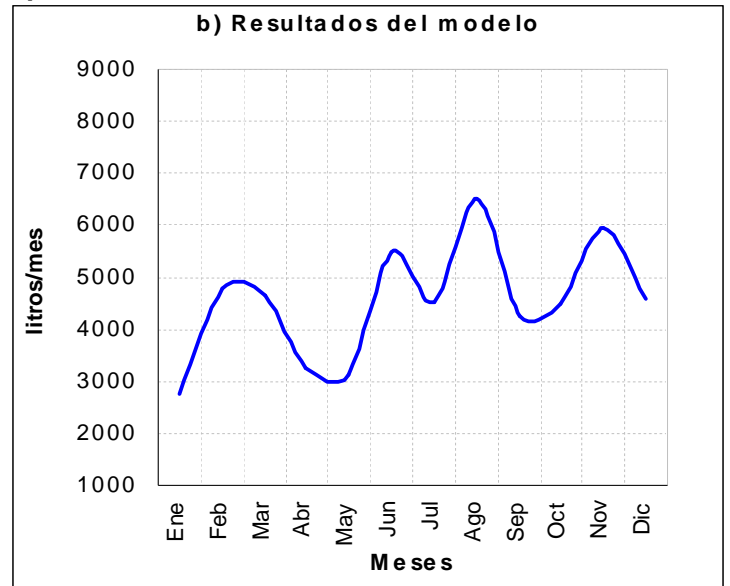
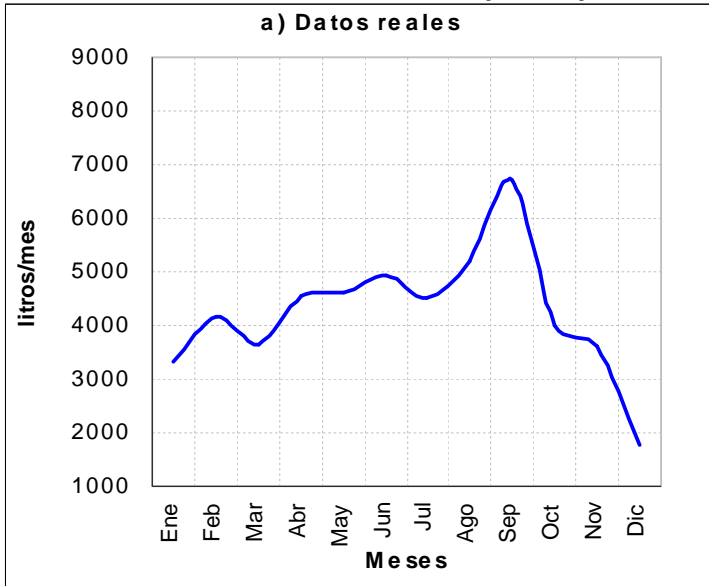
El Gráfico N° 4(b) muestra la tendencia de los resultados del modelo en el inventario de quesos madurados. Los mismos oscilaron desde 181 kg al finalizar el mes de diciembre, hasta 407 kg al inicio del mes de marzo, obteniendo un valor promedio de 324 kg de quesos madurados.

Los resultados generados por el modelo mostraron un valor promedio 2,2% mayor al de los datos reales. En el segundo semestre del año, la variabilidad en el modelo se desenvuelve en un rango mucho más pequeño que el cambio de tendencias agudo reflejado en la realidad, lo que indica que los cambios repentinos en esta última no son reflejados en el modelo.

5. VALIDACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL MODELO

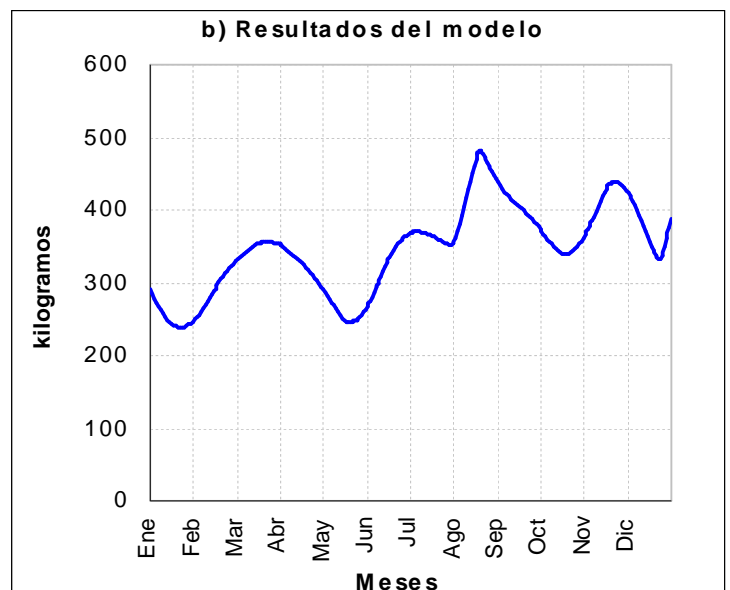
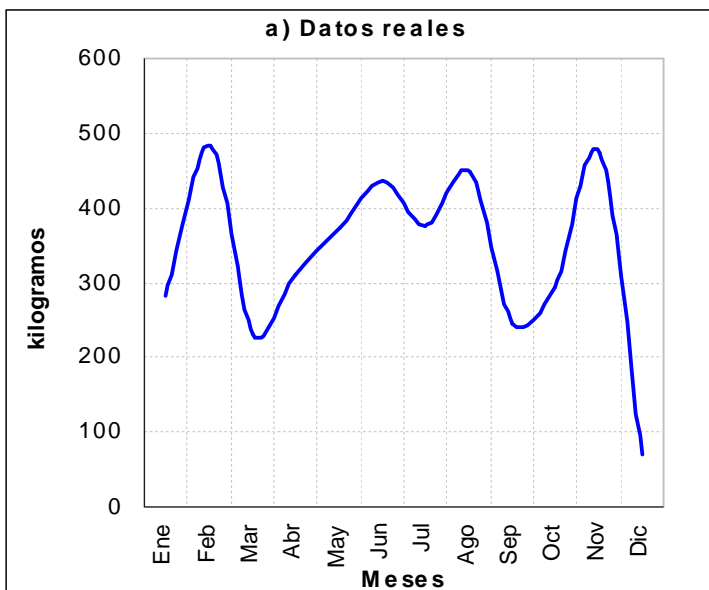
Existe una amplia variedad de pruebas que permiten validar y verificar un modelo de Dinámica de Sistemas (Sternan, 2000), contribuyendo de esta forma a mejorar su desempeño. A continuación se describen sucintamente las utilizadas en el presente trabajo.

Gráfico 2
Leche utilizada para la producción de quesos madurados mensualmente



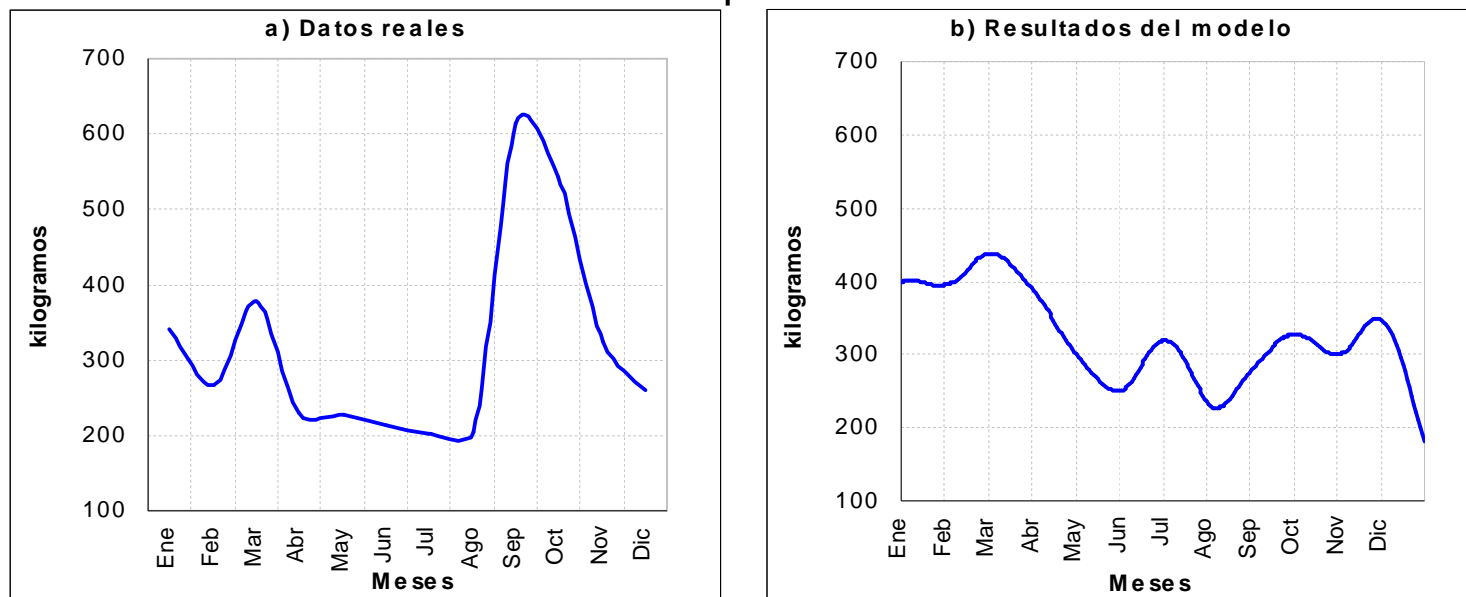
Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

Gráfico 3
Existencia de quesos premadurados



Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

Gráfico 4
Existencia de quesos madurados



Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

5.1. PRUEBAS DE ADECUACIÓN DE LÍMITES

Permiten verificar que los límites del modelo se correspondan con su propósito. Para ello es necesario construir un límite inicial y a partir del mismo estudiar las variables exógenas que pueden ser endógenas y las variables exógenas que pueden variar en el tiempo de acuerdo con el horizonte del modelo. Todas las variables exógenas del modelo, con la excepción de la tabla para demanda y la tabla para expectativas de demanda, han sido consideradas constantes porque se ha supuesto que durante el tiempo de simulación de un año no varían. Si se corre el modelo durante varios años existirá una regularidad del segundo año en adelante, al menos que se modifique el período utilizado en la tabla para demanda y en la tabla para expectativas de demanda, consideradas variables exógenas.

5.2. PRUEBAS DE ESTRUCTURA DEL MODELO

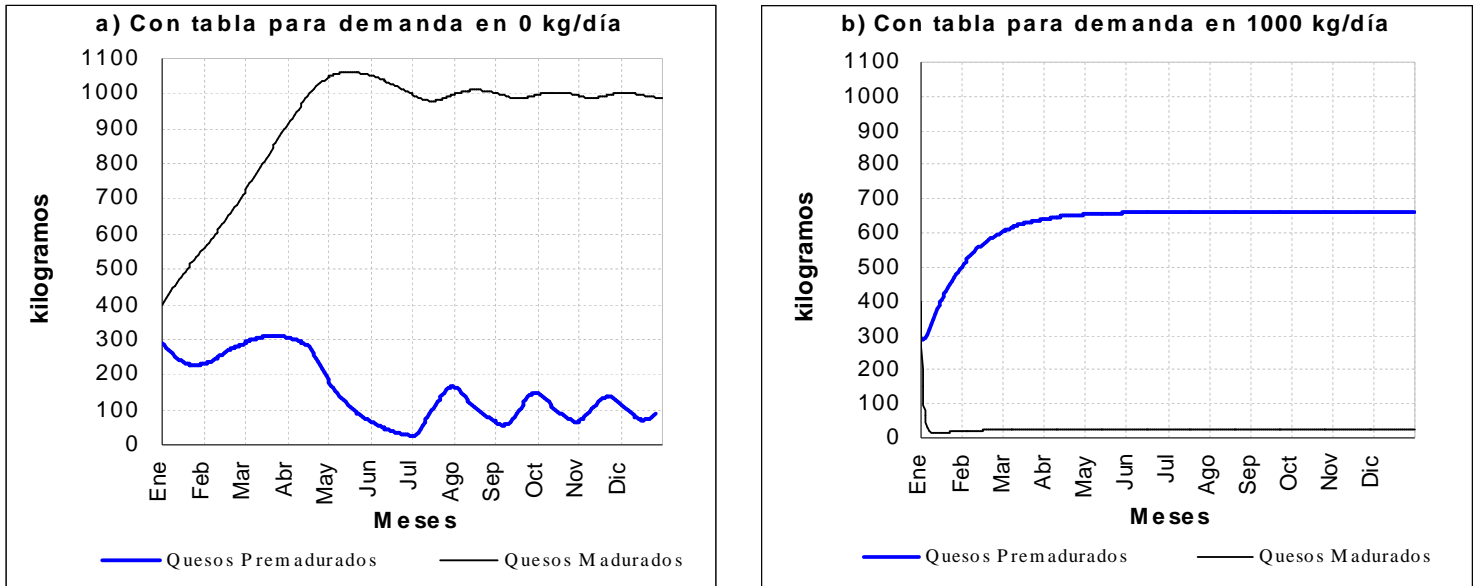
Verifican que el modelo considere las características del sistema real relevantes para su propósito. Fue verificado, conjuntamente con el personal de la Productora, el nivel de agregación. Se concluyó que era adecuado, aunque podría ser revisado en versiones futuras para incluir mayor detalle. Adicionalmente, las estructuras presentes en el modelo se mostraron suficientes para satisfacer su propósito. Finalmente, todas las variables del modelo cumplen con las leyes físicas de no negatividad.

5.3. PRUEBAS DE CONDICIONES EXTREMAS

Permiten analizar si el modelo se comporta apropiadamente cuando las entradas toman valores extremos. Se realizaron un conjunto de simulaciones variando las distintas constantes que intervienen en el modelo. A manera de ejemplo, se muestran los resultados de las variaciones en la tabla para demanda. La primera variación extrema corresponde a hacerla cero. La segunda corresponde a hacerla muy grande, caso en el que se estableció en 1.000 kg/día. El Gráfico N° 5 muestra la tendencia de los niveles Quesos Premadurados y Quesos Madurados cuando la tabla para demanda se establece en los valores indicados.

Como puede observarse en el Gráfico N° 5(a), al establecer la tabla para demanda en 0 (cero) kg/día se presentó un comportamiento en el nivel Quesos Madurados de crecimiento en forma de S con sobredisparo y oscilaciones, debido a las demoras presentes en el proceso de producción. Al inicio del año se alcanza un valor superior a la capacidad de almacenaje y luego se presentan ligeras oscilaciones alrededor de ella. Este valor fue excedido hasta en 96 kg. Por otra parte, en el Gráfico N° 5(b), al establecer la tabla para demanda en 1.000 kg/día, se presentaron una Demanda Insatisfecha Acumulada que va aumentando progresivamente, valores muy bajos en el nivel Quesos Madurados y la compra de leche correspondiente a la máxima capacidad de procesamiento.

Gráfico 5
Condiciones extremas en la tabla para demanda



Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

5.4. PRUEBAS DE REPRODUCCIÓN DE COMPORTAMIENTO

Permiten evaluar matemáticamente el nivel de ajuste de los resultados del modelo con respecto a los datos reales. Esto se hace a partir del Estadístico de Theil, que permite obtener una medida del nivel de ajuste de un modelo conforme a la realidad y consiste en dividir el cuadrado medio del error en tres componentes: sesgo (U^m), variación desigual (U^s , *unequal variation*) y covariación desigual (U^c , *unequal covariation*). El sesgo crece cuando la salida del modelo y los datos reales difieren en su media. La variación desigual indica que la varianza de las dos series difiere. La covariación desigual indica que el modelo y los datos reales no están bien correlacionados, es decir, que difieren punto por punto.

El Cuadro N° 4 muestra los resultados obtenidos aplicando el Estadístico de Theil a los valores generados por el modelo. Por ejemplo, la variable compra de leche mostró un valor un sesgo bajo (casi cero), una variación desigual baja (cero) y una covariación desigual alta (casi 1). Siguiendo a Sterman (2000: 875), tales resultados permiten concluir que el modelo en esta variable captura la media y las tendencias de los datos reales, pero difiere por un desfase entre las series.

Los resultados indican que el modelo replica adecuadamente tanto la media como las tendencias del sistema real en las variables más importantes, como lo son la compra de leche, los Quesos Premadurados y los Quesos Madurados.

Cuadro 4

Resumen del Estadístico de Theil para el modelo				
Variable	U^m	U^s	U^c	Interpretación
Compra de leche	0,03	0	0,97	El modelo captura la media y las tendencias de los datos reales, pero difiere por un desfase entre las series.
Quesos Premadurados	0,01	0,23	0,76	El modelo captura la media y las tendencias de los datos reales, pero difiere en el ajuste punto por punto.
Quesos Madurados	0	0,21	0,79	El modelo captura la media y las tendencias de los datos reales, pero difiere en el ajuste punto por punto.

Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

5.5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Con el análisis de sensibilidad se evalúa si los resultados del modelo cambian en forma significativa cuando las suposiciones del mismo varían dentro del rango de incertidumbre correspondiente a cada parámetro. Al respecto, se realizaron un conjunto de simulaciones variando los parámetros, en donde el rango de incertidumbre fue asignado en concordancia con la experiencia del personal de la Productora. Los resultados indican que el modelo es sensible a las variaciones del *TIEMPO DE MADURACIÓN, del MÍNIMO DE QUESOS MADURADOS DESEADO*, de la tabla para demanda y de la tabla para expectativas de demanda. Un resumen de los resultados obtenidos para la variable Quesos Madurados es mostrado en el Cuadro N° 5, incluyendo el rango de incertidumbre para cada parámetro y el efecto porcentual sobre ésta.

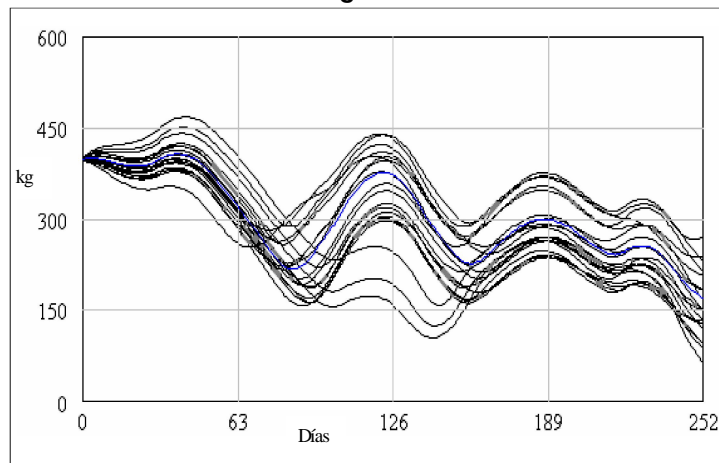
Como ejemplo, el Gráfico N° 6 muestra los resultados del análisis de sensibilidad realizado a la variable Quesos Madurados. En él se observan diferentes tendencias de la variable, resultantes de la variación de los parámetros y la simulación base. En el peor de los casos, el inventario de Quesos Madurados disminuyó hasta en un 74% y en el mejor de los casos aumentó en 68% (Cuadro N° 5). Sin embargo, estas variaciones no logran, en ningún caso, saturar el espacio disponible para el inventario.

Cuadro 5

Resumen de resultados del análisis de sensibilidad			
Parámetro	Valores del rango	Porcentaje de cambio	Efecto en Quesos
Rendimiento de la leche	8 litros/kg 17 litros/kg	-36% 35%	0,40% -3%
Capacidad de procesamiento de leche	200 litros/día 600 litros/día	-50% 50%	-28% 0,40%
Proporción de reducción durante la maduración	0,05	-69%	22%
	0,2	24%	-3%
Tiempo de maduración	20 días	-20%	8%
	30 días	21%	-4%
Proporción de pérdidas de quesos madurados	0,03	-48%	2%
	0,08	109%	-4%
Proporción de donaciones de quesos madurados	0,01	-59%	0,50%
	0,03	310%	-2%
Proporción de publicidad de quesos madurados	0,01	-42%	0,50%
	0,03	189%	-2%
Mínimo de quesos madurados deseado	150 kg	-80%	-16%
	350 kg	80%	53%
Tabla para demanda	NA	-20%	54%
	NA	30%	-14%
Tabla para expectativas de demanda	NA	-20%	-8%
	NA	30%	77%
Todos los parámetros	peor caso	NA	-74%
	mejor caso	NA	68%

Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

Gráfico 6
Quesos Madurados al variar todos los parámetros dentro de su rango de incertidumbre



Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

6. ESCENARIOS

Las condiciones iniciales para cada uno de los escenarios son las correspondientes a los valores generados por el modelo para el último día de la simulación base.

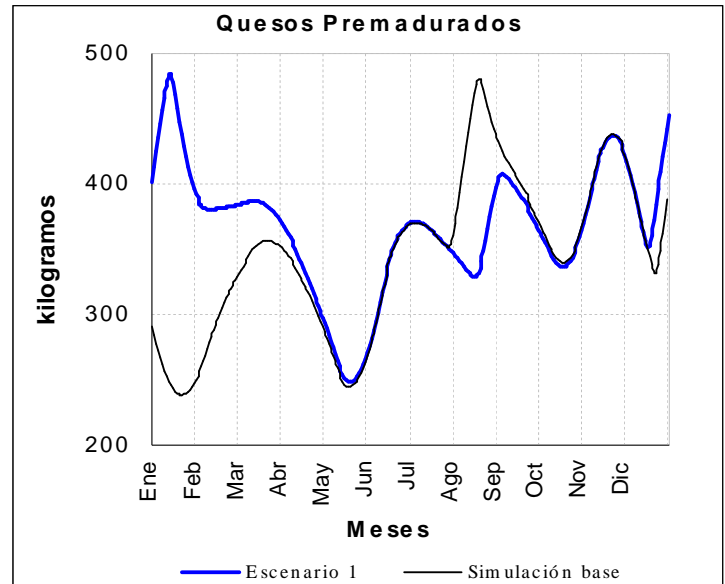
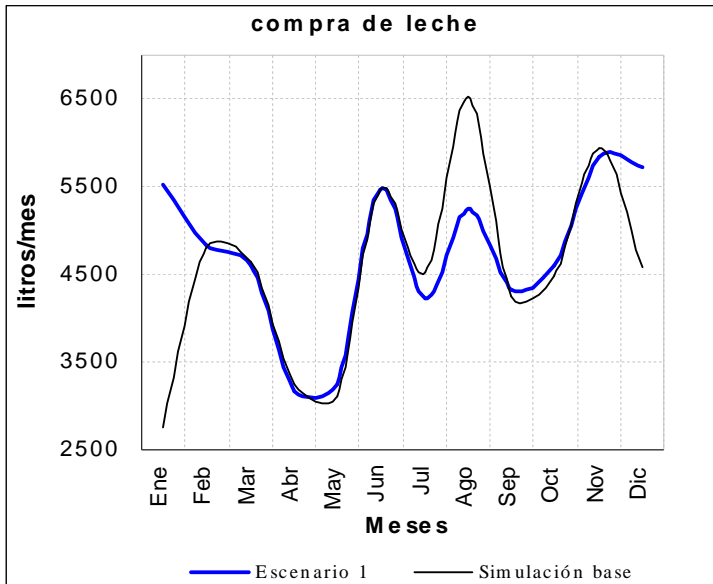
6.1. ESCENARIO 1: ¿QUÉ PASARÍA EL AÑO SIGUIENTE A LA SIMULACIÓN BASE?

Para este escenario todos los valores de las constantes permanecen iguales. Se quiere observar la proyección que hace el modelo para un año adicional de producción. El Gráfico N° 7 muestra el comportamiento de las variables compra de leche y Quesos Premadurados en este escenario. Se compra más leche en el mes de enero y menos en el mes de agosto respecto a la simulación base. La existencia de Quesos Premadurados se hace mayor en el primer trimestre y se hace menor entre los meses de agosto y septiembre, todo respecto a la simulación base. El cambio de las condiciones iniciales, modifican la tendencia observada en las variables compra de leche y Quesos Premadurados.

6.2. ESCENARIO 2: ¿QUÉ PASARÍA SI TODOS LOS QUESOS MADURADOS PRODUCIDOS SON DE PASTA BLANDA O DE PASTA SEMIDURA?

La Productora podría modificar sus patrones de producción de quesos madurados, sólo de pasta blanda o de pasta semidura (Cuadro N° 1). Se supone acá que la demanda para ambos tipos de quesos es la misma. Esto permite observar el efecto que tendría sobre las variables compra de leche y Quesos Premadurados. La tendencia de los Quesos Madurados estaría definida por la demanda.

Gráfico 7
Escenario 1: tendencia de la compra de leche y de los Quesos Premadurados

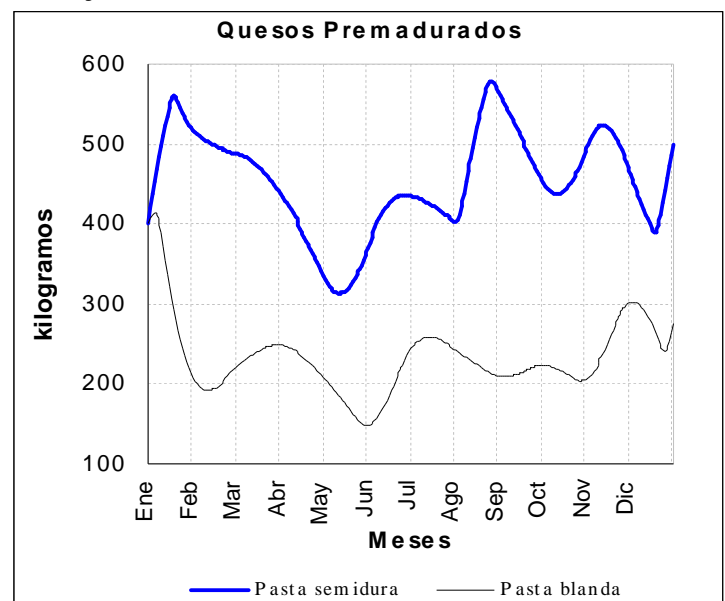
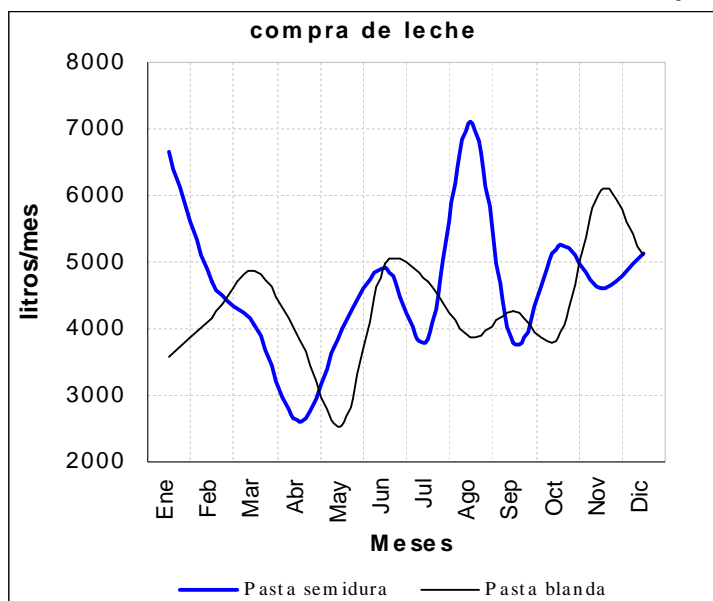


Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

El Gráfico N° 8 muestra la tendencia de la compra de leche y los Quesos Premadurados, tanto para el caso de pasta blanda como para el caso de pasta semidura. El tiempo de maduración define el comportamiento de ambas variables, observándose una tendencia similar en ambos casos para los Quesos Premadurados, con mayor canti-

dad cuando se hacen con pasta semidura. Esto hace que en la variable compra de leche se aprecie una demora en la pasta blanda con respecto a la pasta semidura. El modelo captura entonces, una política de sustitución de producción cuando hay demoras en la consignación de la leche.

Gráfico 8
Escenario 2: tendencia de la compra de leche y de los Quesos Premadurados



Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

6.3. ESCENARIO 3: ¿EN CUÁNTO PUEDE CRECER LA DEMANDA PARA SATURAR LA CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN INSTALADA DE LA PRODUCTORA?

La Productora tiene capacidad instalada para procesar hasta 1.200 litros/día. Sin embargo, en estos momentos se procesan 400 litros/día aproximadamente, valor utilizado en la simulación base. Este escenario permite explorar la respuesta de la Productora ante el crecimiento de la demanda que se podría conseguir, por ejemplo, a través de campañas publicitarias.

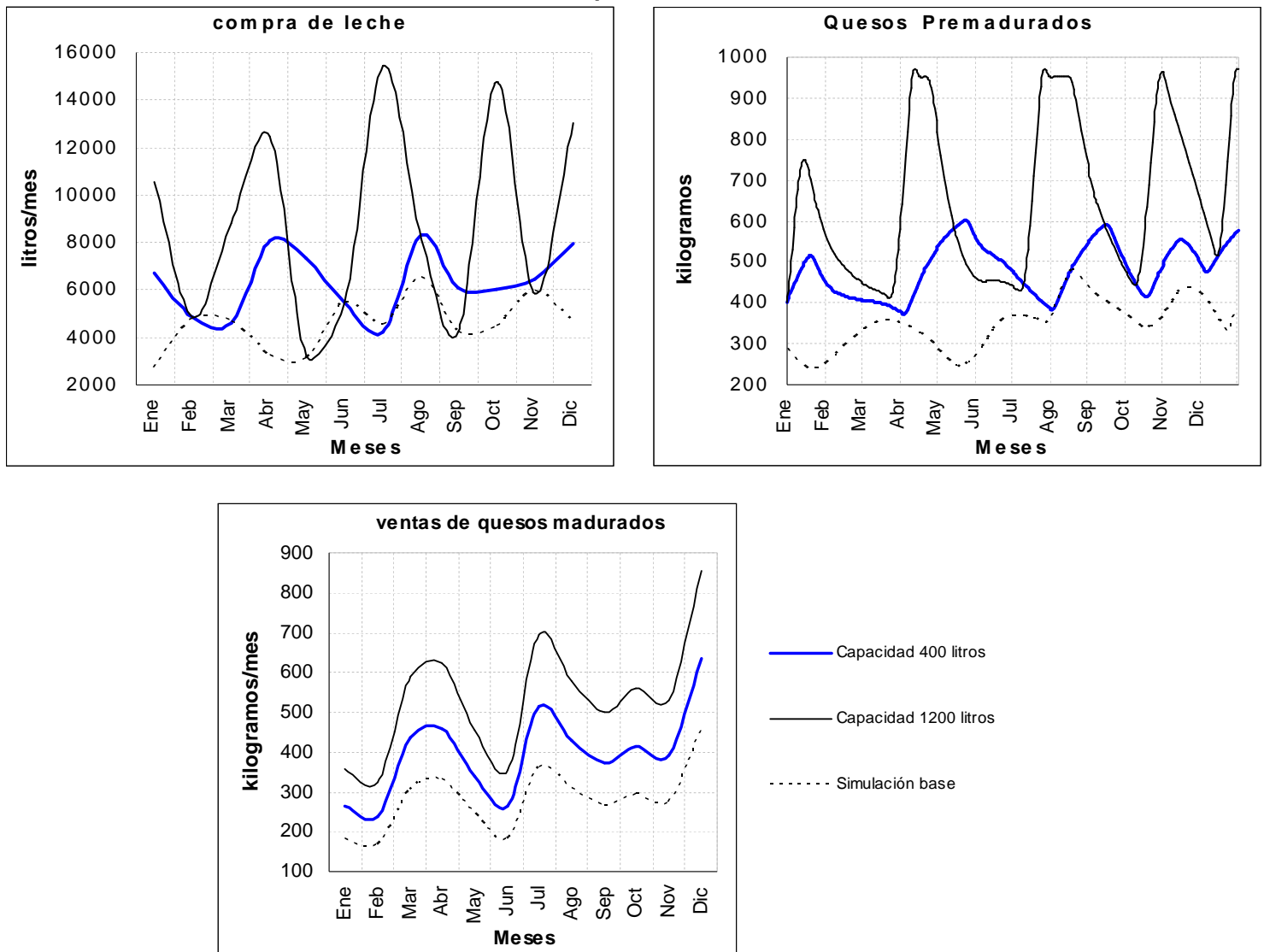
El Gráfico N° 9 muestra la tendencia de la compra de leche, Quesos Premadurados y venta de quesos madurados, correspondientes a la simulación base y a la

CAPACIDAD DE PROCESAMIENTO DE LECHE en 400 litros/día y 1.200 litros/día, respectivamente. El cambio en este parámetro representaría una modificación en las políticas de la Productora, sin la necesidad de realizar inversiones en infraestructura.

Se observa que en ambos casos las ventas aumentan. En el primer caso, el promedio de ventas es de 398 kg/mes, lo que representa un incremento de 40% respecto a la simulación base; y, en el segundo caso, el promedio de ventas es de 533 kg/mes, lo que representa un incremento de 89 % respecto a la simulación base. Evidentemente la Productora maneja una capacidad ociosa que debería explotar a través de su política de mercadeo.

Gráfico 9

Escenario 3: tendencia de la compra de leche, de los Quesos Premadurados, de los Quesos Madurados y de las ventas de quesos madurados



Fuente: elaboración propia, con base en los resultados de la investigación.

7. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos con este modelo muestran, de acuerdo con cada escenario evaluado, lo siguiente:

- El escenario 1 difiere con respecto a la simulación base, debido a que las condiciones iniciales para el segundo año de simulación son distintas a las del primero, ocurriendo una dependencia del camino (*path dependence*) como se conoce en la literatura de Dinámica de Sistemas. El cambio de las condiciones iniciales modifica la tendencia observada en las variables de interés, por lo menos en los primeros meses, aún cuando no se había modificado la demanda de quesos madurados;

- El escenario 2 permitió observar que el modelo captura la dinámica de lo que podría ser una política de sustitución de producción para la Productora, cuando hay demoras en la consignación de la leche; y, finalmente,

- El escenario 3 permite concluir que la Productora tiene una capacidad ociosa que podría aprovechar, por lo cual, es recomendable la realización de campañas de promoción y publicidad por parte de la Productora con la finalidad de aumentar las ventas.

Por otra parte, del análisis de sensibilidad se desprende que el tiempo de maduración de los quesos, la demanda, las expectativas y el mínimo deseado de quesos en existencia son las variables que mayormente influyen en los resultados de la Productora.

La descripción detallada del sistema real deja abierta la posibilidad de ampliar el modelo, utilizando un nivel de agregación que incluya los quesos madurados separados según su tipo de pasta ó, incluso, cada uno de ellos de forma individual. El modelo también puede ser extendido para incluir el factor económico, de forma tal que se amplíen sus posibilidades de uso como herramienta de soporte para la toma de decisiones de la Productora.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARACIL, Javier. 1995. *Dinámica de Sistemas*. España: Isdefe.
- BACA, Gabriel. 2001. *Evaluación de Proyectos*. Cuarta edición. México: McGraw-Hill.
- FIDDAMAN, Tom. 2006. *System dynamics model library*. En: <http://www.sd3.info/models/index.html>; consulta: 18/09/2006.
- FORRESTER, Jay. 1961. *Industrial dynamics*. USA: Productivity Press.
- GARCÍA, Juan. 2003. *Teoría y ejercicios prácticos de Dinámica de Sistemas*. España: Juan Martín García.
- MÁRQUEZ, Renny. 2007. *Un modelo de simulación de la Productora de Alimentos Universitaria (P.A.U.) Lácteos Santa Rosa*. Proyecto de Grado, Escuela de Ingeniería de Sistemas. Mérida (Venezuela): Universidad de Los Andes.
- MASS, Nathaniel. 1975. *Economic cycles: An analysis of underlying causes*. USA: Productivity Press.
- MEADOWS, Donella. 1970. *Dynamics of commodity production cycles*. New York: Productivity Press.
- PRODUCTORA. 2006a. *Lácteos Santa Rosa un encanto al paladar*. En: <http://servidor-opsu.tach.ula.ve/periodismo/Proponemos/www/santar.htm>; consulta: 14/06/2006.
- PRODUCTORA. 2006b. *Base de Datos de la Productora de Alimentos Universitaria Lácteos Santa Rosa*. Mérida, Venezuela: P.A.U. Lácteos Santa Rosa.
- PRODUCTORA. 2002. *Manual de aseguramiento de la calidad de la Planta Piloto Lácteos Santa Rosa*. Mérida, Venezuela: Universidad de Los Andes.
- STERMAN, John. 2000. *Business dynamics: systems thinking and modeling for a complex world*. New York: McGraw-Hill.
- STERMAN, John. 1980. *The use of aggregate production functions in disequilibrium models of energy-economy interactions*. MIT System Dynamics Group, working paper D-3234. A technical report.
- TAYLOR, Barry. 1995. *Guide for the use of the international system of units*. Gaithersburg MD: National Institute of Standards and Technology.
- VENTANA SYSTEMS. 2006. *Vensim from Ventana Systems, Inc.* En: <http://www.vensim.com>; consulta: 13/08/2006.
- ZEIGLER, Bernard. 1984. *Theory of modeling and simulation*. Melbourne FL: Krieger Publishing Co.