

Identificación de sistemas dinámicos lineales mediante descomposición ponderada de las variables de estado y el método de la pseudoInversa de Moore-Penrose

Identification of linear dynamic Systems by weight decomposition of State Variable and Moore-Penrose's pseudo-inverse method

Hernando Castañeda Marín, MSc.; Carlos Arturo Parra Ortega, Dr.; Eliézer Colina Morlés, PhD.
Universidad de Pamplona, Pamplona, N.S, Colombia, Universidad de los Andes Merida Venezuela
hcastaneda@ula.ve, carapa@unipamplona.edu.co, ecolina@ula.ve

Recibido para revisión 02 de Abril de 2009, aceptado 25 de Agosto de 2009, versión final 09 de Septiembre de 2009

Resumen—En este artículo se propone una nueva perspectiva en la identificación de sistemas lineales, se utiliza similaridad estructural entre sus trayectorias, la propuesta consiste en la exploración significativa que tiene cada modelo de sistema dinámico, explícitamente en el comportamiento que tienen sus variables de estado. El método se fundamenta en la descomposición de sus variables de estado en diferentes modos de comportamiento. Aunque todas las variables son manejadas mediante el mismo conjunto de valores propios, cada variable de estado tiene un conjunto diferente de ponderaciones y así se ilustran diferentes patrones de comportamiento. Estas ponderaciones son más significativas que los valores propios para desarrollar políticas de recomendación o establecer una nueva técnica de identificación de sistemas lineales e invariantes en el tiempo. Para la identificación de sistemas utilizamos dos métodos fundamentados en áreas de álgebra lineal y estadística.

Palabras Clave— Identificación de Sistemas, Dinámica de Sistemas, Inteligencia Artificial

Abstract— In this article, a new perspective on the identification of linear deterministic systems using structural similarity between their trajectories is proposed. The proposal consists in the exploration significance of each model, explicitly in the behavior that has their state variables. This method is based on the decomposition of the state variables in different modes of behavior of a system. Although all the variables are handled by the same set of eigenvalues, each state variable has a different set of weights and shows different patterns of behavior. These weights are more significant than eigenvalues to develop policy recommendations or establish a new technique for identifying time-invariant linear systems. For the identification of systems two methods are used, based on linear algebra and statistics.

Keywords— : System Identification, Dynamic System, Artificial Intelligence.

I. INTRODUCCION

El comportamiento de cualquier variable de estado en un sistema lineal puede descomponerse de varias maneras, donde cada comportamiento se caracteriza mediante un valor propio a partir de una matriz (este estudio se confina a sistemas lineales, pero se espera enriquecer con nuevas técnicas para sistemas no lineales). La trayectoria temporal de una variable de estado, la cual puede expresarse como [10]:

$$x_j(t) = w_1 m_1(t) + \dots + w_j m_j(t) + \dots + w_m m_m(t) + u_j \quad (1)$$

Donde $x_j(t)$ es el valor de una variable de estado j en el instante t ; w_j es un término constante que representa la significancia del modo j a la variable j ; $m_j(t)$ es el valor del j -ésimo modo de comportamiento en el tiempo t y u_j es un término constante. El modo de comportamiento de un sistema lineal son funciones de los valores propios λ de la matriz jacobiana que caracteriza el sistema [Ogata 1990]

$$m_j = \begin{cases} \exp(\operatorname{Re}[\lambda_j] t) & \text{si } \operatorname{Im}[\lambda_j] = 0 \\ \exp(\operatorname{Re}[\lambda_j] t) \operatorname{sen}(\operatorname{Im}[\lambda_j] t + \theta) & \text{si } \operatorname{Im}[\lambda_j] \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Si los valores propios no tienen una parte imaginaria, la parte del modo de comportamiento se expresa mediante la primera respuesta de la ecuación anterior y es caracterizado mediante una función exponencial de crecimiento (si la parte real del valor propio es positiva) o decaimiento (si la parte real de los valores propios es negativa). Si un valor propio tiene una parte imaginaria diferente a cero, significa que dos valores propios

son un par conjugado (con la misma parte real) y ellos generan en conjunto el modo oscilatorio representado mediante la segunda expresión de la ecuación anterior. Si la parte real del par conjugado de valores propios es positivo, produce un modo de oscilación expandido, si es igual a cero, produce un modo de oscilación sostenida y si es negativa, esto produce un modo de oscilación amortiguada. (Ver figura 1).

La descomposición de la trayectoria temporal de una variable de estado en los modos de comportamiento permite para un

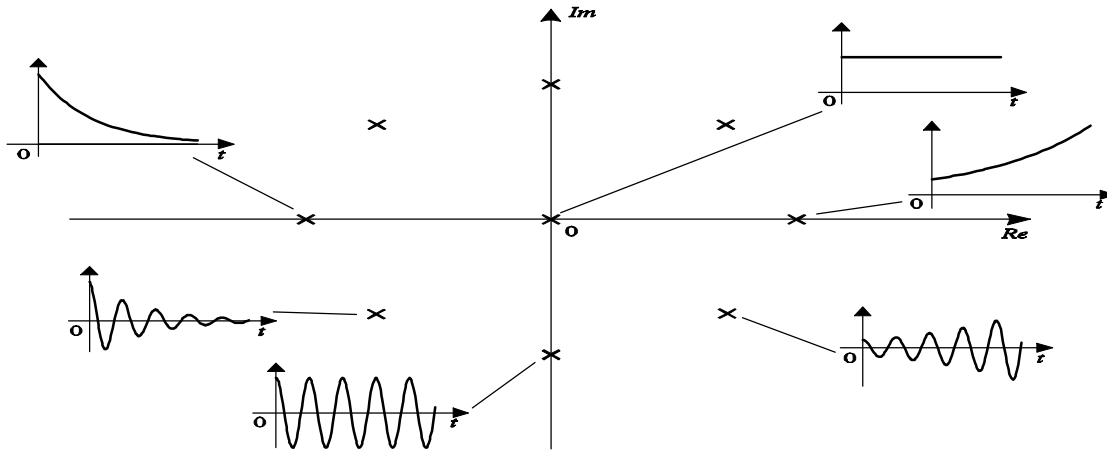


Figura 1 Ubicación de los Valores propios de sistemas dinámicos lineales en el Plano complejo.

Lo enunciado anteriormente se acopla mediante la valoración de la sensibilidad entre el modelo de ponderación y el modelo de enlace de ganancia. La ganancia de enlace entre dos variables es definida como la derivada parcial de las variables de salida

con respecto a las variables de entrada $g_{ab} = \frac{\partial a}{\partial b}$ y también

se define la elasticidad de una ponderación para una ganancia (o elasticidad de una ponderación a una ganancia) como la relación entre el cambio fraccional en la ponderación y el cambio

fraccional en la ganancia [10], por ejemplo
$$\varepsilon = \frac{\frac{\partial w_{ij}}{w_{ij}}}{\frac{\partial g_{ab}}{g_{ab}}}$$

II. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

La motivación principal en este documento es desarrollar algunos métodos o técnicas que nos permita estudiar sistemas complejos; en el sentido de encontrar su estructura fundamental o su similitud estructural [7] con sistemas conocidos.

Lo anterior llega a permitir la búsqueda de la estructura de datos y su clasificación en categorías, de tal forma que la similitud entre estructuras de la misma categoría sea alta y las de diferente categoría con valores de similitud baja.

conjunto útil de diagnósticos no solamente entender las fuentes del comportamiento de las variables, sino también identificar el grado de interacción entre diferentes variables del sistema. Además, la significancia del modo de comportamiento de una variable w_{ij} puede también ser usada como una forma de identificar los elementos de la estructura del modelo responsable por el comportamiento observado.

III. MÉTODO PROPUESTO

La trayectoria temporal de una variable de estado es una función matemática que especifica el valor de las variables de estado en cualquier instante en el tiempo. El punto de partida es la estructura del modelo, lo cual en el caso de modelos lineales puede ser representado mediante la siguiente ecuación de la matriz de compacto [10].

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{G}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \tag{3}$$

Donde \mathbf{x} es el vector de las variables de estado; $\dot{\mathbf{x}}$ es el vector de las primeras derivadas de las variables de estado (tasas), \mathbf{b} es un vector constante; \mathbf{G} es la matriz jacobiana

o matriz de ganancia $G_{ij} = \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j}$. En sistemas lineales \mathbf{G} es

constante al menos si el sistema no es lineal, donde es una función de las variables de estado y entrada exógena y consecuentemente varía en el tiempo. C es una constante en sistemas lineales con variables cero o constante exógena, no en el caso de sistemas no lineales [10].

Diferenciando la ecuación (4) con respecto al tiempo se produce:

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{G}\dot{\mathbf{x}}(t) \tag{4}$$

Donde $\ddot{\mathbf{x}}$ es el vector de curvatura o vector de las segundas derivadas de las variables de estado, por lo tanto la matriz de ganancia \mathbf{G} relaciona el vector de pendientes con el vector de curvaturas en un espacio estándar n-dimensional en \mathbf{R}^n .

La solución para el sistema de ecuaciones diferenciales, especificado mediante la ecuación (4) proporciona la trayectoria temporal del vector de pendientes del sistema. Se usará el método de los valores propios para solucionar las ecuaciones diferenciales (Luenberg, 1979) para solucionar para la trayectoria temporal de la pendiente [10].

Los n valores propios y sus vectores propios derechos asociados de la matriz de ganancia \mathbf{G} son definidos como

$\mathbf{G}\mathbf{r}_k = \lambda_k \mathbf{r}_k$. En el caso de ausencia tener n valores propios diferentes y consecuentemente los vectores propios derecho son linealmente independiente (Luenberg, 1979) y se cruzan en el espacio de dimensión, . Consecuentemente, el vector de pendientes puede ser expresado como una combinación lineal de vectores propios derechos.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \alpha_1(t)\mathbf{r}_1 + \alpha_2(t)\mathbf{r}_2 + \dots + \alpha_n(t)\mathbf{r}_n \quad (5)$$

Donde α_k son las componentes del vector de pendientes en el nuevo sistema de coordenadas y \mathbf{r}_i son los conjuntos constantes de vectores propios. La ecuación diferencial de (5) con respecto al tiempo produce las componentes $\dot{\alpha}_k$ del vector de curvatura en el nuevo sistema de coordenadas.

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \alpha_1(t)\lambda_1\mathbf{r}_1 + \alpha_2(t)\lambda_2\mathbf{r}_2 + \dots + \alpha_n(t)\lambda_n\mathbf{r}_n \quad (6)$$

Es claro que solamente el factor determinante de la dinámica hacia una coordenada particular por ejemplo un vector propio es el valor propio asociado con la misma coordenada. Substituyendo la solución del comportamiento dinámico de cada α_k en la ecuación (5) produce una trayectoria temporal del vector de pendientes hacia la dimensión del espacio propio

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \alpha_1^0(t)e^{\lambda_1(t-\tau)}\mathbf{r}_1 + \alpha_2^0(t)e^{\lambda_2(t-\tau)}\mathbf{r}_2 + \dots + \alpha_n^0(t)e^{\lambda_n(t-\tau)}\mathbf{r}_n \quad (7)$$

Integrando la anterior ecuación de pendientes de trayectoria con respecto al tiempo (desde el tiempo τ hasta el tiempo t)

produce y, definiendo $\mathbf{w}_k = \left(\frac{\alpha_k^0}{\lambda_k}\right)\mathbf{r}_k$ se obtiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{w}_1 e^{\lambda_1(t-\tau)} + \mathbf{w}_2 e^{\lambda_2(t-\tau)} + \dots + \mathbf{w}_n e^{\lambda_n(t-\tau)} + \mathbf{u} \quad (8)$$

La cual descompone la trayectoria de estados en muchos modos de comportamiento, los cuales están caracterizados mediante un valor propio [10].

a. Descomposición de los Valores Propios a partir de la Matriz de Ganancia

La clase general de patrones dinámicos (correspondientes a trayectorias en los puntos en el espacio de estados) de un sistema dinámico lineal puede ser descrito mediante los valores propios de la matriz de ganancia. Para la concentración de la evolución temporal de los estados en los sistemas dinámicos, se puede asumir que el sesgo y el proceso de ruido son cero en la ecuación 1, utilizando la descomposición de los valores propios de la matriz de ganancia se llega a la siguiente ecuación [5]:

$$\mathbf{G} = \mathbf{E}\mathbf{\Lambda}\mathbf{E}^{-1} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n] \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n]^{-1} \quad (9)$$

Se puede resolver el estado en el tiempo t con condiciones iniciales \mathbf{x}_0 así:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \mathbf{E}^T \mathbf{x}_0 = (\mathbf{E}\mathbf{\Lambda}\mathbf{E}^{-1})^T \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{E}\mathbf{\Lambda}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{x}_0 &= \sum_{p=1}^n \alpha_p \mathbf{e}_p \lambda_p' \end{aligned} \quad (10)$$

Donde λ_p y \mathbf{e}_p son los correspondientes valores propios y vectores propios. El valor ponderado α_p es determinado desde el estado inicial \mathbf{x}_0 mediante la determinación de en el plano complejo

$$[\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{x}_0 \quad (11)$$

De aquí, los patrones generales de un sistema pueden categorizarse mediante la posición de los valores propios (polos) $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ en el plano complejo. La determinación del estado oscilatorio está determinado por sus (ángulo) argumentos según las siguientes reglas.

- Oscila si al menos un valor propio es negativo o complejo.
- No oscila si todos los valores propios tienen números reales.

El valor absoluto de los valores propios determina el estado de convergencia o divergencia de la forma:

- Diverge si al menos un valor de los valores propios excede en uno
- Converge si todos los valores absolutos de los valores propios son menos de uno.

Los sistemas pueden generar patrones por variación temporal si y solo si $|\lambda_p| < 1$ para $1 \leq p \leq n$, este patrón converge a

cero. Utilizando términos de control de procesos, se dice que el sistema está estable.

El sistema puede generar patrones monotónicos o cíclicos si la parte imaginaria de los valores propios es diferente de cero.

a. Identificación mediante la Estimación de la Matriz de Ganancia

La identificación del sistema sin restricciones está condicionado a si el rango temporal $[b, e]$ está representado mediante el sistema dinámico lineal D_i , entonces se puede estimar la matriz de transición $F^{(i)}$ y el vector de de sesgo $g^{(i)}$ de la secuencia de estados internos $x_b^{(i)}, \dots, x_e^{(i)}$, este problema de estimación de parámetros se convierte en un problema de minimización de los errores de predicción de errores.

Este vector de predicción de error se puede determinar a partir de la ecuación discreta para sistemas dinámicos lineales y la estimación de la matriz de $F^{(i)}$ y el vector de sesgos $g^{(i)}$, su formulación es:

$$\varepsilon_t = x_t^{(i)} - (F^{(i)} x_{t-1}^{(i)} + g^{(i)}) \quad (12)$$

Así que la suma de las normas de los cuadrados de todos los vectores de error en el rango $[b, e]$ llega a ser:

$$\sum_{t=b+1}^e \|e_t\|^2 = \sum_{t=b+1}^e \|x_t^2 - (F^{(i)} x_{t-1}^{(i)} + g^{(i)})\|^2 \quad (13)$$

Finalmente se puede estimar los valores óptimos de $F^{(i)}$ y $g^{(i)}$ mediante la solución del siguiente problema de mínimos cuadrados.

$$F^{(*i)}, g^{(*i)} = \arg \min_{F^{(i)}, g^{(i)}} \sum_{t=b+1}^e \|e_t\|^2 \quad (14)$$

El sistema de identificación con restricciones en los valores propios de la matriz de transición $F^{(i)}$ a partir de la matriz de transición estimada.

IV. RESULTADOS

Existe un método de identificación conocido como identificación de sistemas dinámicos sin restricción en los valores propios que permite estimar la matriz de ganancia partiendo de un intervalo $[b, e]$ que representa un modo de comportamiento de la trayectoria de estado, especificado por

$X^{(i)}$. Teniendo en cuenta la forma de la ecuación discreta para los sistemas dinámicos $X_i = F X_{i+1} + u e$ iniciamos con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \widehat{X}_0^{(i)} &= [x_b^{(i)} - m_0^{(i)}, \dots, x_{e-1}^{(i)} - m_0^{(i)}] \\ \widehat{X}_1^{(i)} &= [x_{b+1}^{(i)} - m_1^{(i)}, \dots, x_e^{(i)} - m_1^{(i)}] \end{aligned} \quad (15)$$

Donde $m_0^{(i)}$ y $m_1^{(i)}$ son los valores medios de las columnas en $X_0^{(i)}$ y en $X_1^{(i)}$ respectivamente y formuladas así:

$$\begin{aligned} m_0^{(i)} &\square \frac{1}{I-1} \sum_{t=b}^{e-1} x_t^{(i)} \\ m_1^{(i)} &\square \frac{1}{I-1} \sum_{t=b+1}^e x_t^{(i)} \end{aligned} \quad (16)$$

Se puede calcular la matriz de ganancia y el término de sesgo, para cada intervalo en la trayectoria de estado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} F^{(i)*} &= \widehat{X}_1^{(i)} \widehat{X}_0^{(i)+} \\ u^{(i)} &= m_1 - G^{(i)*} m_0 \end{aligned}$$

Donde $\widehat{X}_0^{(i)+}$ es una inversa generalizada de Moore-Penrose (seudo-inversa) de $X_0^{(i)}$ [1]. La matriz inversa X^+ puede definirse como [5]:

$$\begin{aligned} X^+ &= \lim_{\delta^2 \rightarrow 0} X^T (XX^T + \delta^2 I)^{-1} \\ &= \lim_{\delta^2 \rightarrow 0} (XX^T + \delta^2 I)^{-1} X^T \end{aligned} \quad (17)$$

Donde I es la matriz unitaria y δ es un valor real diferente de cero [1].

Aplicando el anterior método en las dos trayectorias de estado de las instancias del sistema dinámico de primer orden y el teorema de Gershgorin, encontramos los siguientes resultados en los cuales se determina el límite superior del valor propio en la matriz de valores dada.

El primer ejemplo para su identificación será un sistema de primer orden con comportamiento en S, el cual está caracterizado por dos comportamientos perfectamente diferenciados en el régimen transitorio, específicamente un crecimiento exponencial y otro con decremento asintótico.

La primera fase del régimen transitorio corresponde a un comportamiento que exhibe crecimiento exponencial, muy similar al que se presenta en los sistemas con realimentación positiva. En la segunda fase del régimen transitorio corresponde a un comportamiento creciente asintótico muy similar al que se presenta en los sistemas con realimentación negativa. Caracterizado por dos comportamientos perfectamente diferenciados en los dos regímenes transitorio mencionados anteriormente.

En la figura 2 se ilustra el comportamiento temporal de la variable de estado, se diferencia el comportamiento de crecimiento exponencial (color verde) y a continuación (punto de inflexión o estado de transición) el comportamiento creciente asintótico (color rojo y amarillo). Es importante establecer que los colores verde y rojo hacen referencia al régimen transitorio y el color amarillo corresponde al régimen permanente.

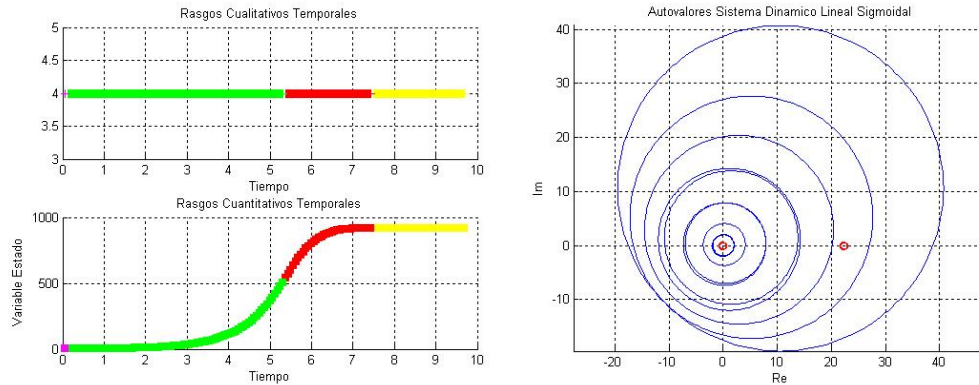


Figura 2 Agrupamiento para la trayectoria de estado e identificación en el plano complejo

Como se mencionó anteriormente en el régimen transitorio de la trayectoria de estado del sistema con crecimiento en S tiene dos comportamientos similares (etiqueta verde y etiqueta roja) a los explicados en las dos anteriores secciones, implica igual aproximación de matrices y utilización del teorema de Gershgorin que son ilustrados en el plano complejo ilustrados en la figura 2.

El comportamiento de la estructura genérica de un sistema oscilatorio (simulado con parámetros arbitrarios y valores iniciales) dependiendo de los valores de los parámetros y valores iniciales del sistema, una estructura genérica de un sistema oscilatorio expandido puede producir un comportamiento de amplitud variada, grado de expansión y periodo de oscilación y el comportamiento de los valores medios de los rasgos (curvatura y pendiente) en el espacio de rasgos como se muestra en la figura 3 y la segmentación de la trayectoria de la variable de estado basado en su concavidad y convexidad con puntos de inflexión en los extremos de cada segmento, como se ilustra en la figura 4.

En el siguiente ejemplo se examinarán los rasgos estructurales de un sistema con oscilaciones expandidas que pueden tener comportamientos sub-expandido, sobre-expandido o crítico. Una estructura genérica de oscilaciones es simplemente una estructura genérica de una oscilación sostenida, con la adición de un sistema con retroalimentación negativa.

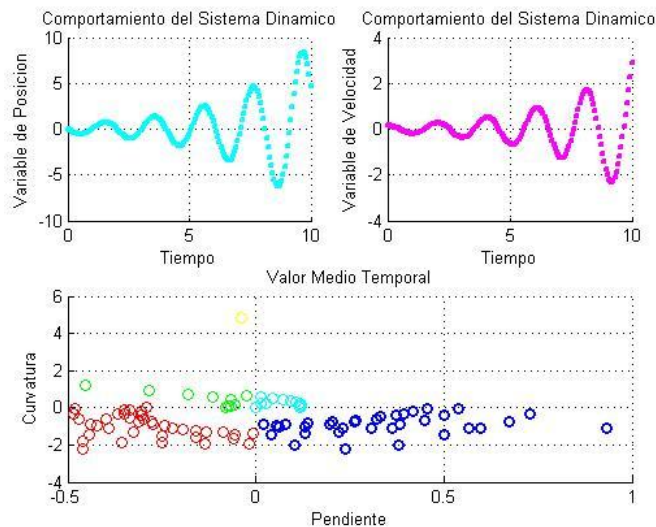


Figura 3 Agrupamiento para la trayectoria de estado e identificación en el plano complejo

El propósito de descomponer el sistema oscilatorio extendido es satisfecho mediante los resultados del agrupamiento dinámico. Este proceso de minería de datos permite observar una descomposición del sistema dinámico oscilatorio extendido en comportamiento asintótico creciente y decreciente correspondiente a sistemas de primer orden con retroalimentación negativa.

El anterior enunciado aunque es verdadero sirve de fundamento para llegar a conocer la estructura del sistema mediante una combinación lineal de modos de comportamiento especificadas por los valores de sus valores propios reales y complejos. La figura 5 ilustra el comportamiento de los otros segmentos que permitirán establecer su modo de comportamiento con base a que sus valores propios sean reales o imaginarios.

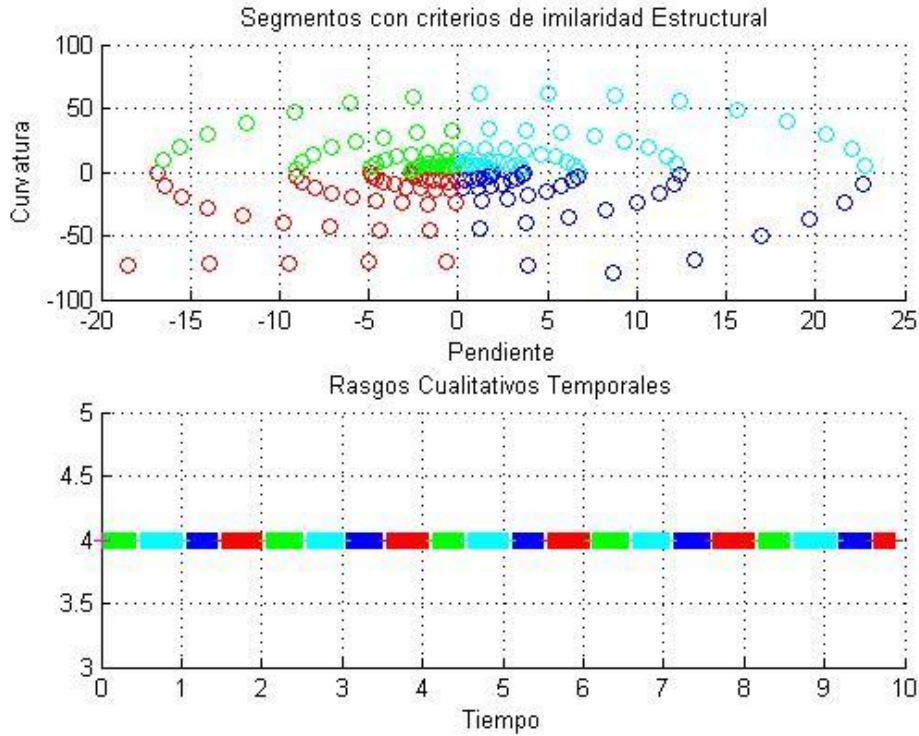


Figura 4 Resultado del agrupamiento Dinámico para el Sistema Oscilatorio Extendido

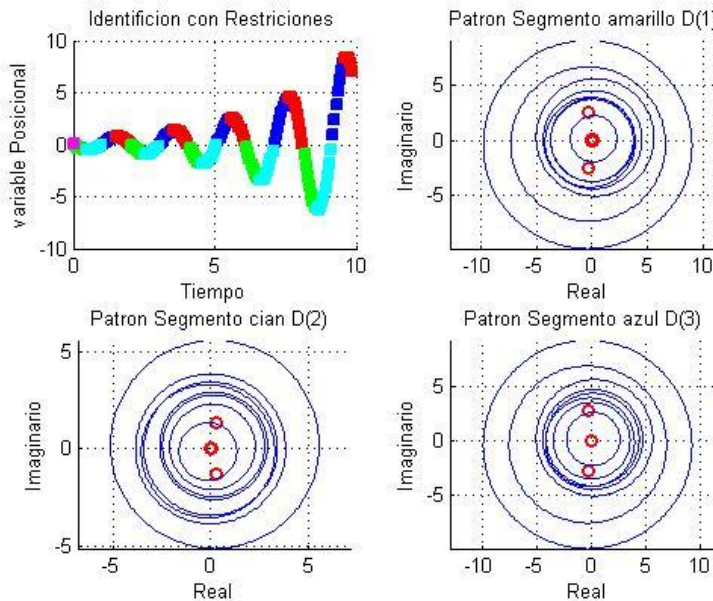


Figura 5 Valores propios que describen oscilatorio extendido.

En estos últimos resultados del método de identificación utilizando algebra lineal se observa un comportamiento exponencial creciente como el que tiene un sistema de primer orden con retroalimentación positiva y un comportamiento oscilatorio caracterizado por sus dos valores propios con valores complejos.

Aplicando la metodología de identificación de sistemas dinámicos Lineales fundamentados en el método estadístico PCA, produce los siguientes espectros para los tres regímenes en el sistema dinámico Sigmoidal, como se lustra en la figura 6.

Finalmente se puede observar los vectores propios también para los tres regímenes del sistema dinámico lineal de primer orden

Los resultados de identificación utilizando métodos estadísticos como es el análisis de componentes PCA nos ilustrara sobre el comportamiento del sistema sus componentes y la distribución R de sus vectores propios para el sistema oscilatorio extendido.

V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados anteriores requieren partir de datos explícitos tomados de métodos de abstracción del mundo real y transformado en rasgos estructurales mediante descriptores geométricos basados en el concepto de similaridad estructural. El espacio de rasgos considerado es un espacio de curvatura pendiente como se establece en la ecuación 3.

Una vez establecido el vector de rasgos , que son los vectores de curvatura y pendiente respectivamente para cada variable de estado , se constituyen en entradas para el proceso de clustering dinámico CC (Castañeda–Colina) realiza partición a la variable de estado primaria en sus respectivos comportamientos que permite relacionar los segmentos en el comportamiento temporal.

En este espacio de rasgos se tiene que considerar todas las variables de estado y en la estimación de la matriz de ganancia se utiliza el método de la seudo inversa de Penrose acompañada de un coeficiente de regularización y que tiene como factores matriciales los vectores de curvatura y de pendientes de las variables de estado.

Una vez estimada la matriz que se constituye en entrada al método de círculos de Gershgorin permitirá ubicar la posición en el plano complejo del mínimo autovalor y se constituye en un proceso de clustering de los vectores propios.

Utilizando también el método estadístico conocido como análisis de componentes principales poder ilustrarnos del comportamiento de los vectores propios para cada modo de comportamiento. En el PCA los colores claros representan ocurrencias de valores negativos altos y en los colores oscuros se presentan concurrencia de valores positivos altos. Así que en las regiones con matiz similar corresponde a que sus coeficientes tienen valores similares.

VI. CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos, se considera que el modelo propuesto es novedoso debido a que combina diversas técnicas matemáticas, estadísticas y heurísticas aplicadas a la identificación de sistemas dinámicos lineales. Se conocen otras técnicas basadas en el espacio de estados, pero con un enfoque de entrada-salida. De manera que el modelo propuesto brinda mayor información en la identificación de sistemas, puesto que tiene en cuenta la ecuación dinámica en el espacio de estados. La segmentación se hace en intervalos de diferente longitud y con intuición física y conocimiento fundamentados en concavidad y convexidad con extremos en los puntos de inflexión.

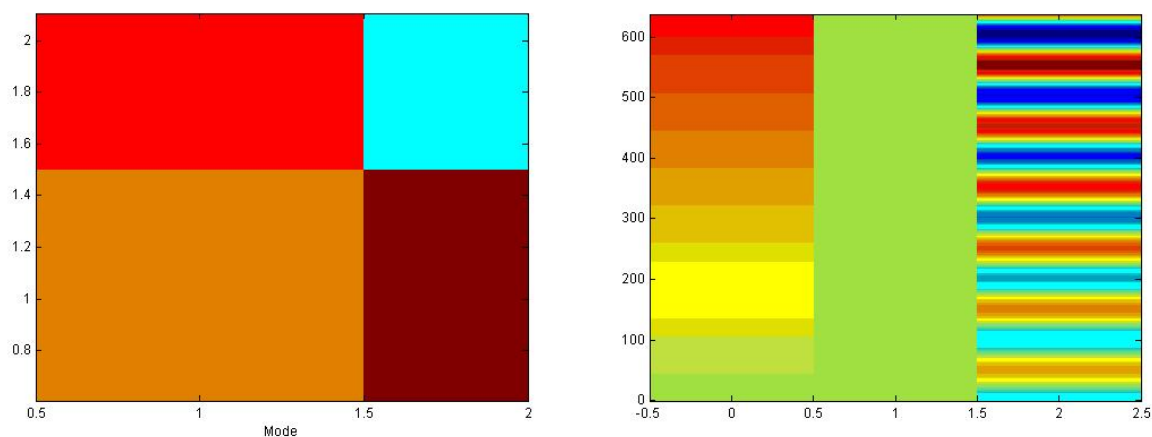


Figura 6 Rejilla para el Sistema Oscilatorio extendido y sus vectores propios

RECONOCIMIENTO

Los autores expresamos nuestro agradecimiento a la Universidad de Pamplona por la oportunidad de permitir a un docente llegar a la Universidad de los Andes a enriquecer y afinar sus conocimientos académicos e investigativos.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Courrieu, P., 2005. Fast Computation of Moore-Penrose Inverse Matrices, *Neural Information Processing - Letters and Reviews*, Vol.8, No.2.
- [2] Das, G., Gunopulos, D., Mannila, H., 1997. Finding Similar Times Series. In: Komorowski, J., Zytow, J. (Eds) *Principles of Data Mining and Knowledge Discovery. Proceedings of the First European Symposium PKDD'97*, Trondheim, Norway. pp. 80-100.
- [3] Dorf, R.C, 1992. *Modern Control System*, Addison –Wesley, Reading, Mass.
- [4] Joentgen., Mikenina. Weber, R., Zimmerman, H.-J., 1998. Dynamic Fuzzy Data Analysis: Similarity between Trajectories. In: Bauer. (Ed.) *Fuzzy Neuro System' 98*, computational intelligency, Sankt, augusting, pp. 98-105.
- [5] Kawashima, H., Matsuyama, T., 2005. Proc. 3rd International Conference on Advances in Pattern Recognition (S. Singh et al. (Eds.): ICAPR 2005, LNCS 3686, Springer), pp. 229-238.
- [6] Mikenina,G., Angstenberger , L., 2000. *Dynamic Fuzzy Pattern Recognition*, Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek.
- [7] Joentgen., Mikenina. Weber, R., Zimmerman, H.-J., 1998. Dynamic Fuzzy Data Analysis: Similarity between Trajectories. In: Bauer. (Ed.) *Fuzzy Neuro System' 98*, computational intelligency, Sankt, augusting, pp 98-105.
- [8] Pedrycz, W., 1990. Fuzzy Sets in Pattern Recognition: Methodology and Methods. *Pattern Recognition*, Vol. 23, pp. 121-146.
- [9] Pedrycz, W., 1990. Fuzzy Sets in Pattern Recognition: Accomplishments and Challenges. *Fuzzy Sets and Systems*, 90, pp. 171-176
- [10] Saleh M., Oliva R., Davidsen P., Kampmann Ch., 2006. Eigenvalue Analysis of system dynamic Models, another perspective, *System Dynamic Conference* , Nijmegen.